Capítulo 6: Control y seguimiento de la producción

Introducción

Debemos ser conscientes que durante la producción se habrá de vigilar que los productos se estén fabricando según las especificaciones dadas. Se trata de controlar que se cumpla con lo planeado, reduciendo al mínimo las diferencias entre la planificación inicial y los resultados reales obtenidos.

Mediante el control de la producción se establecerán unos medios para realizar una continua evaluación de determinados factores, como puede la capacidad productiva, la correcta fabricación de los productos...
En definitiva, definiremos el control de la producción como las decisiones y acciones que es necesario adoptar para que el desarrollo de un proceso cumpla con el plan trazado.

Fundamentos estadísticos

En muchos procesos productivos surge la necesidad de aplicar fundamentos estadísticos para controlar las máquinas, los procesos y las piezas fabricadas.

Entre las muchas aplicaciones de la estadística podemos poner un ejemplo: es lógico pensar que no sería viable realizar ensayos destructivos a todas las piezas fabricadas, así como analizar la totalidad de los productos cuando su cadencia de fabricación es muy rápida. Además, cuantos más elementos sean controlados, mayor será el gasto económico, lo que encarecerá considerablemente el precio del producto.

Por todo ello, si podemos estudiar una pequeña muestra representativa, aplicar técnicas estadísticas y predecir con suficiente precisión el estado de la totalidad de las piezas, estaremos rentabilizando la producción y abaratando costes.

Para realizar el estudio de la materia de forma más comprensiva, vamos a ayudarnos de un ejemplo tipo, que iremos desarrollando a medida que se avance en conocimientos estadísticos:

En una empresa de mecanizado se han de fabricar 120 piezas en una jornada de trabajo. Las especificaciones del producto nos dicen que la medida nominal debe ser 30mm, existiendo un margen de tolerancia de +0,15mm / -0,25mm. Para comprobar su estado se muestrean 17 de ellas, obteniendo las medidas indicadas en la *tabla 1*.

Tabla 1

Nº de Medidas	Valores obtenidos
1	30,11
2	30,14
3	30,05
4	30,00
5	29,95
6	29,89
7	30,05
8	30,09
9	29,86
10	29,99
11	30,00
12	29,76
13	30,06
14	30,15
15	29,98
16	29,98
17	30,00

Conceptos previos

En primer lugar, vamos a estudiar la terminología usada habitualmente. Así, tendremos:

- Estadística.- En el campo que nos acontece, podemos definirla como la ciencia que estudia y analiza conjuntos de datos para obtener resultados basados en el cálculo de probabilidad. En definitiva, se trata de las técnicas empleadas para pronosticar o vaticinar los resultados de un "todo" partiendo de unos pocos individuos. Con la estadística se "adivina" el estado de un conjunto estudiando una muestra de ellos.

- Colectivo o Población.- Es el conjunto de elementos fabricados de similares características, es decir, pertenecientes a una misma clase. En muchos casos no se podrá obtener toda la información de todos los elementos que componen la población, ya que se deberán realizar ensayos destructivos o el número de piezas a examinar sería excesivamente grande. Por ello se suelen analizar unas "pocas" piezas de la población, recibiendo este grupo el nombre de muestra.

- Muestra.- Es una parte reducida de la población, que servirá de base para realizar el estudio y sacar conclusiones referentes a la población. Uno de los puntos más cruciales de la estadística es lograr muestras representativas que arrojen resultados precisos del conjunto.

Los tipos de muestras que se suelen emplear son:

- *Muestra aleatoria*: es aquella en la que las piezas se extraen de forma arbitraria.
- *Muestra consecutiva*: son elementos que se extraen de forma sucesiva, es decir, consecutivamente.
- *Muestra sistemática*: es aquella en las que la extracción de los elementos se realiza de una fo[rma] pautada, por ejemplo, cada hora, cada dos horas, una vez al día, etc.

- Variables.- Son los datos que van a poder adoptar distintos valores dentro de un intervalo que se llo[...] dominio de la variable. Existen tres tipos de variables:
  - *Variable continua:* es aquella que podrá adoptar cualquier valor dentro de su dominio. Co[...] ejemplos podríamos hablar de la medición de un diámetro, pudiendo obtener distintos valores: 29[...] 29,99; 30,00; 30,01; 30,05; etc. Vemos que este tipo de variables está determinada por val[...] continuos.
  - *Variable discreta:* es un tipo de datos que sólo podrá adoptar valores enteros. Por ejemplo: 5 perso[...] 4 piezas; etc.
  - *Variable por atributos:* estas variables todavía reducen más los valores que podrán adoptar, ya [...] solamente determinarán el estado de una cualidad. Por lo tanto, los valores que podrán adquir[...] variables por atributos son: bien/mal, pasa/no pasa, vale/no vale, apto/no apto, etc.
- Frecuencia.- Se define como el número de veces que los valores aparecen repetidos.
- Media $\overline{X}$.- Consideramos media de una muestra al valor medio de todos los datos obtenidos; en torno a[...] valor se agruparán los demás. Su cálculo se realiza sumando todos los valores y dividiendo el resultado [...] el número de datos sumados: $\overline{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{\text{Suma de todos los datos}}{n^o \text{ de datos sumados}}$. En el ejemplo tipo tendría[...]

$$\overline{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{\text{Suma de todos los datos}}{n^o \text{ de datos sumados}} = \frac{510{,}06}{17} = 30{,}0035$$

Este valor aporta una idea de la centralización de una distribución de frecuencias; es decir, nos dice[...] procedimiento o la máquina está arrojando piezas con medidas próximas a la nominal. Esto no quiere [...] que se esté trabajando dentro de tolerancias, ya que aunque el proceso esté centrado (pues la $\overline{X}$ coin[...] con la medida nominal), la dispersión de los datos puede ser exagerada, obteniendo muchas piezas m[...] Por ello, unido al valor de la $\overline{X}$, se deberá determinar otro indicador que marque la dispersión del proce[so].

A título informativo es interesante conocer otros parámetros similares a la media. Así, tendremos:

- Mediana $\widetilde{X}$.- Es el dato que ocupa la posición central de una serie de valores *(tabla 2)*.
- Moda $\hat{X}$.- Se define como el valor que más veces se repite *(tabla 3)*.

Tabla 2

$\widetilde{X} = 30$

Nº de Medidas	Valores obtenidos
1	29,76
2	29,86
3	29,89
4	29,95
5	29,98
6	29,98
7	29,99
8	30
9	30
10	30
11	30,05
12	30,05
13	30,06
14	30,09
15	30,11
16	30,14
17	30,15

Tabla 3

$\hat{X} = 30$

Nº de Medidas	Valores obtenidos
1	29,76
2	29,86
3	29,89
4	29,95
5	29,98
6	29,98
7	29,99
8	30
9	30
10	30
11	30,05
12	30,05
13	30,06
14	30,09
15	30,11
16	30,14
17	30,15

- Rango o recorrido "R".- Es la diferencia entre los valores extremos de la muestra, es decir, $R = valor\ mayor - valor\ menor$. Si nos fijamos en el ejemplo tipo *(tabla 4)* y calculamos el rango tendremos: $R = 30,15 - 29,76 = 0,39$

- Desviación típica o estandar "σ".- Podemos decir que es la distancia media de los valores de una distribución respecto al valor medio. Aporta información de cómo se alejan los valores respecto a la media. Por lo tanto, cuanto menor sea el valor obtenido, significará que los datos están concentrados cerca de la media, y viceversa. En definitiva, este dato nos aporta información sobre la dispersión existente en un sistema productivo. Se calculará de la siguiente manera:

$$\sigma = S = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \overline{X})^2}{N-1}}$$

X_i = Cada medida obtenida
$\overline{X}$ = Media de todas las medidas
N = Número de medidas

Si calculamos la desviación típica del ejemplo tipo tendremos *(tabla 5)*:

Tabla 4

N° de Medidas	Valores obtenidos
1	30,11
2	30,14
3	30,05
4	30,00
5	29,95
6	29,89
7	30,05
8	30,09
9	29,86
10	29,99
11	30,00
12	29,76
13	30,06
14	30,15
15	29,98
16	29,98
17	30,00

Tabla 5

Medidas de calibración	$X_i(mm)$	$\lvert X_i - \overline{X}\rvert$	$\lvert X_i - \overline{X}\rvert^2$
1	30,11	0,106470588	0,01133599
2	30,14	0,136470588	0,01862422
3	30,05	0,046470588	0,00215952
4	30	0,003529412	$1,2457\text{x}10^{-5}$
5	29,95	0,053529412	0,0028654
6	29,89	0,113529412	0,01288893
7	30,05	0,046470588	0,00215952
8	30,09	0,086470588	0,00747716
9	29,86	0,143529412	0,02060069
10	29,99	0,013529412	0,00018304
11	30	0,003529412	$1,2457\text{x}10^{-5}$
12	29,76	0,243529412	0,05930657
13	30,06	0,056470588	0,00318893
14	30,15	0,146470588	0,02145363
15	29,98	0,023529412	0,00055363
16	29,98	0,023529412	0,00055363
17	30	0,003529412	$1,2457\text{x}10^{-5}$
	$\sum \lvert X_i - \overline{X}\rvert^2$		0,16338824

$$\sigma = S = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \overline{X})^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{0,16338824}{16}} = 0,10105327$$

- Varianza.- Es el cuadrado de la desviación típica. $Varianza = \sigma^2 = s^2$

<u>Distribución de la Probabilidad</u>

En la industria, la forma en la que se distribuyen los datos que afectan a sistemas productivos se suelen aproximar a un tipo de distribuciones dadas, que reciben el nombre de distribución normal. Para entenderlo, comenzaremos estudiando los histogramas.

Histograma

Podemos decir que un histograma es una representación gráfica, en forma de barras, de una serie de datos que se caracterizan por una determinada distribución. En definitiva, con este gráfico veremos cómo se organizan los datos estudiados, agrupándolos en intervalos que reciben el nombre de clases.

En una distribución normal se observa que la mayoría de los datos se sitúan en torno a un valor central, siendo la máxima frecuencia la coincidente con este valor.

Para realizar el histograma se sitúan en el eje de abscisas los valores obtenidos en las mediciones, agrupánd normalmente en intervalos que formalizarán las bases de las columnas y que, al tener el mismo valor, estas b de los rectángulos también serán iguales. Cada uno de ellos se designa por su valor medio, que recibe el no de marca de clase. En el eje vertical o de ordenadas se indicarán las frecuencias, es decir, el número de p que hay en cada intervalo *(fig. 6)*.

En los histogramas nos percatamos de que, debido a su configuración, las áreas que encierran todas las b serán iguales a la totalidad de las piezas, por lo que una superficie determinada equivaldrá a un númer piezas.

Como hemos dicho, los datos que se van a estudiar tienen que agruparse por clases. Para ello, partiend valores no agrupados se analizan cuántas veces aparece repetido cada dato, obteniendo así la frecuenci cada clase. En ocasiones, cuando el número de datos es elevado, las clases se constituyen en interval valores, entrando a formar parte en el cálculo de la frecuencia todos los datos comprendidos por el inte definido. La frecuencia de datos también va a poder expresarse en frecuencia relativa, obteniéndola de divi valores de una clase entre el total de datos; suele expresarse en tanto por ciento.

La mejor forma de interiorizar lo que acabamos de ver es mediante un ejemplo, así que desarrollarem histograma del ejemplo inicial *(fig. 6 y tabla 7 y 8)*. Los valores pertenecientes a un mismo intervalo se define la marca de clase, que es el valor medio de los datos extremos del intervalo.

Fig. 6

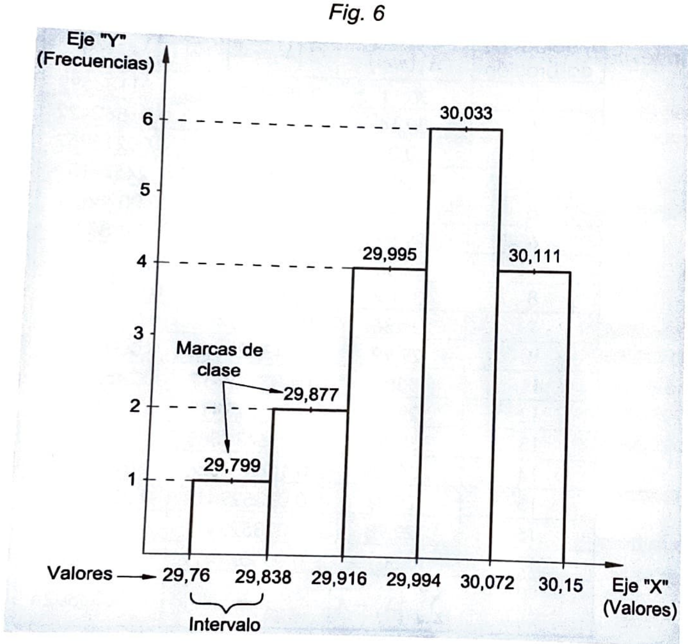


Tabla 7 Valores muestrales.

Nº de Medidas	Valores obtenidos
1	30,11
2	30,14
3	30,05
4	30,00
5	29,95
6	29,89
7	30,05
8	30,09
9	29,86
10	29,99
11	30,00
12	29,76
13	30,06
14	30,15
15	29,98
16	29,98
17	30,00

Tabla 8 Frecuencias.

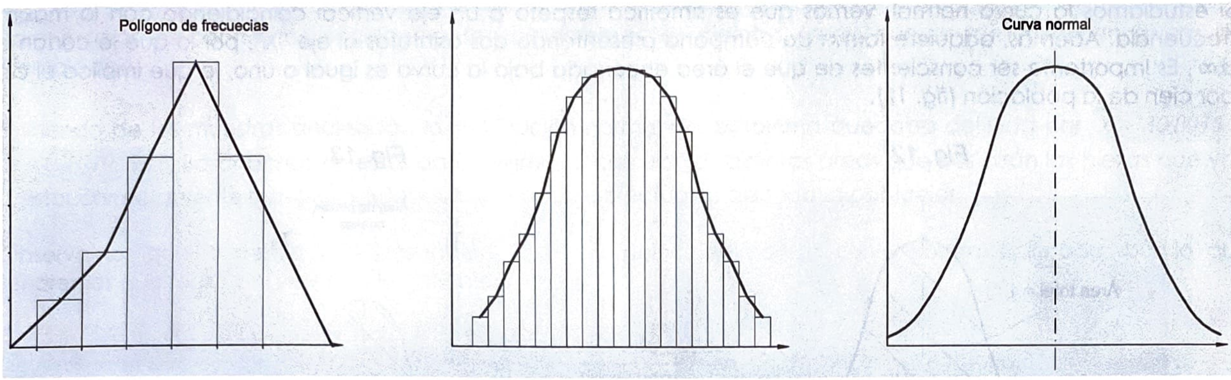
Clases	Intervalos	Nº piezas (Frecuencia absoluta)	Nº piezas (Frecuencia relativa)
1	≥29,76÷≤29,838	1	5,88%
2	>29,838÷≤29,916	2	11,76%
3	>29,916÷≤29,994	4	23,53%
4	>29,994÷≤30,072	6	35,29%
5	>30,072÷≤30,15	4	23,52%

Si mediante una línea unimos las marcas de clase, obtendremos un polígono de frecuencias que represe sistema de producción que se está estudiando.

Si redujésemos considerablemente el valor del intervalo, aumentando por lo tanto las clases, observaríamos generar el polígono de frecuencias se crea una curva suave, con una forma característica, donde la m frecuencia corresponde al centro de la curva y, a medida que nos alejamos de ese punto, la frecu disminuye *(fig. 9)*.

Este polígono de frecuencias podría transformarse en una curva ideal que representase con precisión el sistema productivo que se está analizando. Esta función recibe el nombre de Curva Normal o también conocida como Campana de Gauss.

Fig. 9 Evolución de un polígono de frecuencias a una curva normal.



Distribución Normal

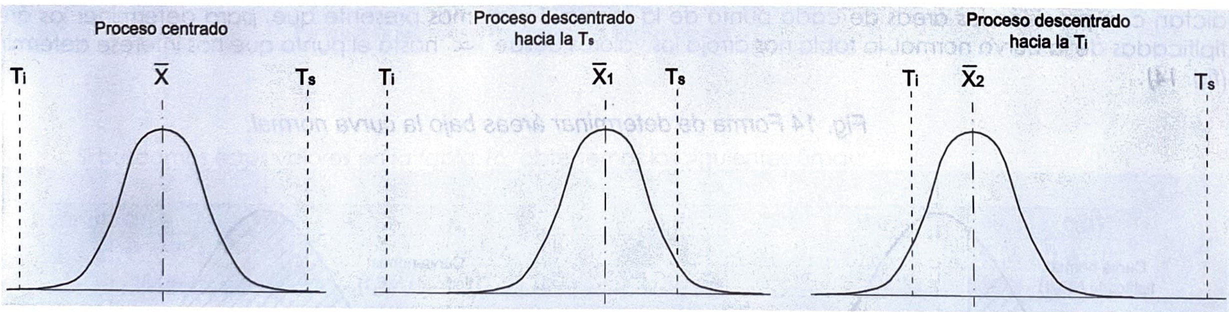
La distribución normal hace referencia a variables aleatorias continuas. Si pensamos en las operaciones que una pieza debe sufrir para lograr el elemento final, es lógico entender que su mecanizado estará expuesto a multitud de factores, tales como vibraciones, desgastes y roturas de herramientas, cambios de temperatura, desajustes de topes, etc. Al igual que sucede con los errores de medida, algunos parámetros serán controlables, pero otros son fortuitos e impredecibles.

Se ha observado que, al estudiar las frecuencias generadas por estos sistemas productivos, lo habitual es obtener distribución de tipo normal. Por lo que, sabido esto, mediante la estadística vamos a poder analizar un sistema de trabajo determinado observando todos los factores que intervienen en el proceso, de forma que se obtengan resultados fiables.

Esta curva se caracteriza por dos parámetros que ya hemos estudiado, que son:

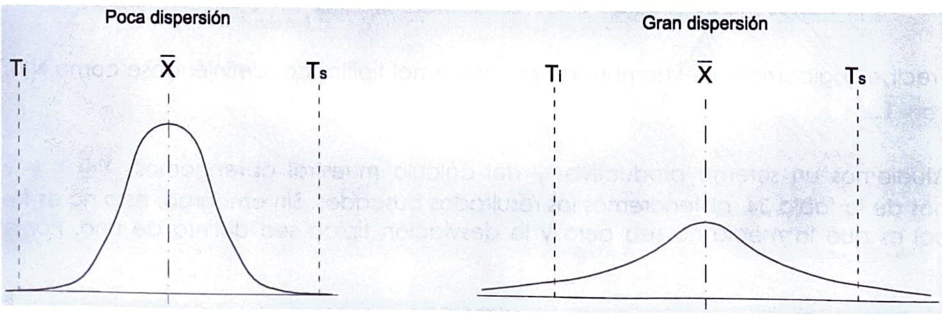
- La media $\overline{X}$, que aporta información de la centralización del proceso, es decir, dónde está situada la curva *(fig. 10)*. Por lo tanto, con este parámetro sabremos si la máquina o proceso está fabricando piezas próximas a la medida nominal o, por el contrario, tendremos desajustado el equipo y se producirán piezas mayores o más pequeñas de lo que se debiera.

Fig. 10 Posicionamiento de la curva.



- La desviación típica σ, que nos dirá la forma de la curva, pudiendo saber si hay una gran dispersión *(fig. 11)*. Esto se puede traducir en una curva amplia en su base y de poca altura, o, por el contrario, en una curva pequeña, que implica que los datos están próximos entre sí; esta curva presentará en su centro una máxima frecuencia que se observa por una gran altura y una estrecha base debida a la poca dispersión de datos.

Fig. 11 Dispersión de la curva.



Por lo tanto, la campana de Gauss se designará de la siguiente forma: $N(\overline{X},\sigma)$. Matemáticamente, la podr

calcular con la función $f_{(x)} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\cdot\pi}}e^{-\frac{(x-\overline{x})^2}{2\cdot\sigma^2}}$.

Si estudiamos la curva normal, vemos que es simétrica respeto a un eje vertical coincidiendo con la m frecuencia. Además, adquiere forma de campana presentando dos asíntotas al eje "X", por lo que lo cort $\pm\infty$. Es importante ser conscientes de que el área encerrada bajo la curva es igual a uno, lo que implica e por cien de la población *(fig. 12)*.

Fig. 12

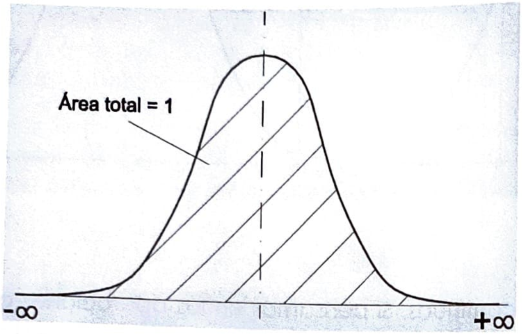
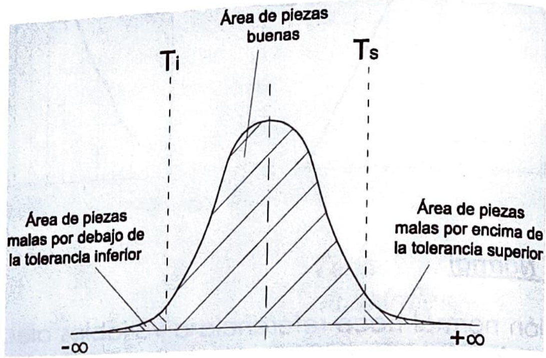


Fig. 13



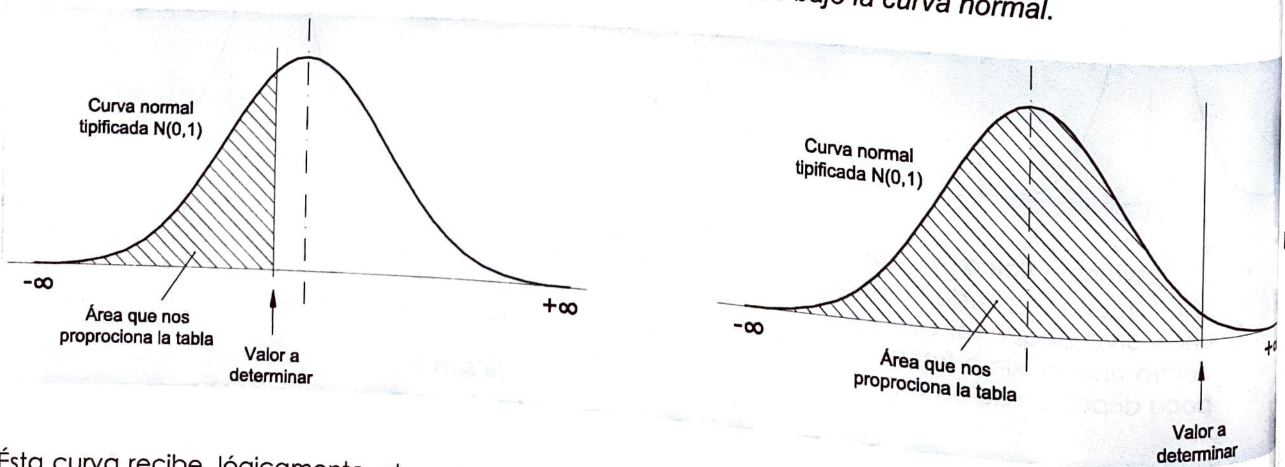
La secuencia que debe seguirse para determinar la curva y obtener datos relativos a la población se de seguidamente: partiremos de una muestra representativa de la población, y con ella determinaremos la $\overline{X}$ σ, pudiendo conocer la posición y forma de la curva normal. Determinaremos las áreas comprendidas ent curva y el eje de abscisas, pudiendo traducir esas superficies en piezas *(fig. 13)*. También es importante puntu que, aunque se parte de datos muestrales para el cálculo de la curva, cuando se hace lectura de la m hablamos de piezas o elementos relativos a la población.

Si sobre la curva establecemos los ejes que marcan las tolerancias, podremos calcular el valor de las á encerradas en las distintas partes de la curva y el eje "X". De este modo, se obtienen resultados del estado d población, pudiendo determinar piezas buenas, piezas malas por encima de la tolerancia superior o piezas m por debajo de la tolerancia inferior *(fig. 13)*.

Cálculo de probabilidades de distribuciones normales

Debido a que existen infinitas curvas normales, si tuviésemos que calcular en cada caso las áreas sería una ar labor. Para facilitar esta operación se ha tipificado una determinada curva, de la que poseemos tablas que dictan con precisión las áreas de cada punto de la misma. Tendremos presente que, para determinar las á tipificadas de la curva normal, la tabla nos arroja los valores desde $-\infty$ hasta el punto que nos interese determ *(fig. 14)*.

Fig. 14 Forma de determinar áreas bajo la curva normal.



Ésta curva recibe, lógicamente, el nombre de curva normal tipificada, definiéndose como N(0,1), es decir qu $\overline{X}=0$ y la $\sigma=1$.

Cuando estudiemos un sistema productivo, y del cálculo muestral obtengamos $\overline{X}=0$ y $\sigma=1$ simplem auxiliándonos de la *tabla 34*, obtendremos los resultados buscados. Sin embargo, esto no es frecuente, ya qu más habitual es que la media no sea cero y la desviación típica sea distinta de uno. Por ello, necesitare realizar un cambio de variable, logrando igualar las áreas que queremos calcular en otras equivalentes de la curva normal tipificada *(fig. 15)*. Para el cambio de variable aplicaremos la siguiente ecuación: $Z = \frac{X_i - \overline{X}}{\sigma}$, donde $X_i = Tolerancia\ o\ punto\ que\ se\ desea\ transformar$.

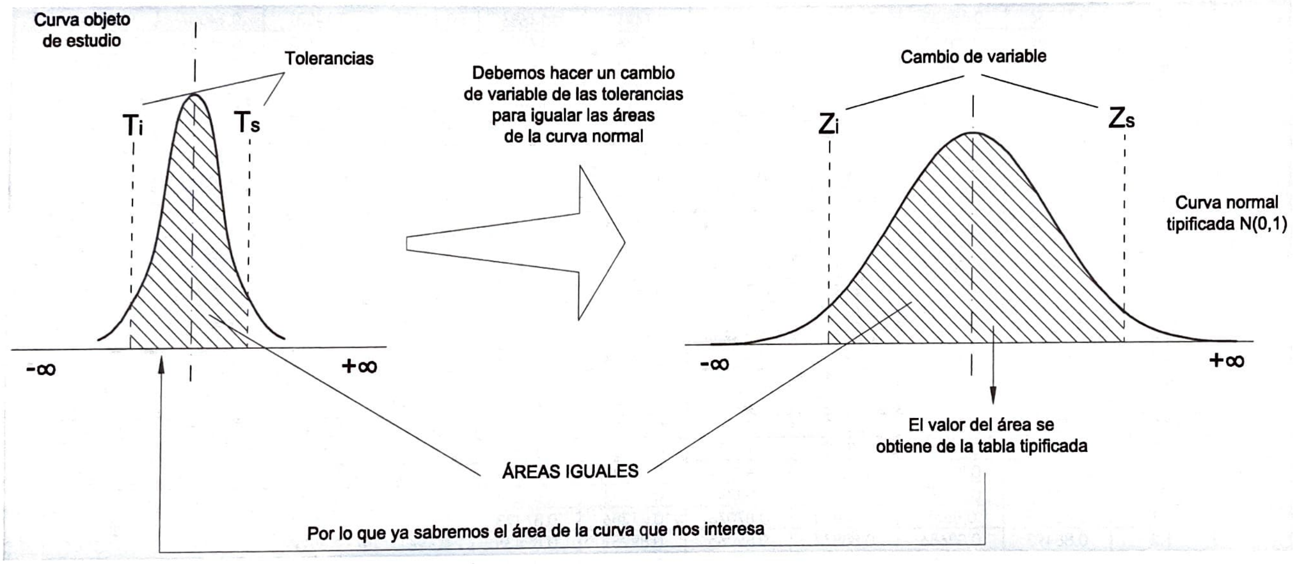
Para aclarar los conceptos, seguidamente calcularemos las distintas áreas, que se traducirán en piezas del ejemplo tipo.

Partiendo de las muestras analizadas, la distribución normal del problema quedaba definida por $\overline{X} = 30{,}0035$ y $\sigma = 0{,}10105327$. Basándonos en estos datos, vamos a calcular las distintas áreas que nos dirán las piezas que van a estar correctamente realizadas, y las que van a salir defectuosas de toda la población.

Observamos que la media y la desviación típica no coinciden con la curva normal tipificada, por lo que tendremos que realizar el cambio de variable:

$$Z_s = \frac{T_s - \overline{X}}{\sigma} = \frac{30{,}15 - 30{,}0035}{0{,}10105327} = 1{,}45 \qquad Z_i = \frac{T_i - \overline{X}}{\sigma} = \frac{29{,}75 - 30{,}0035}{0{,}10105327} = -2{,}51$$

Fig. 15 Representación gráfica del cambio de variable.



Si buscamos estos valores en la *tabla 16,* obtenemos las siguientes áreas:

normal	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
1,4	0,91924	0,92073	0,9222	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189
-2,5	0,00621	0,00604	0,00587	0,0057	0,00554	0,00539	0,00523	0,00508	0,00494	0,0048

Podemos representar gráficamente las áreas obtenidas, quedando de la siguiente forma *(fig. 17)*:

Fig. 17

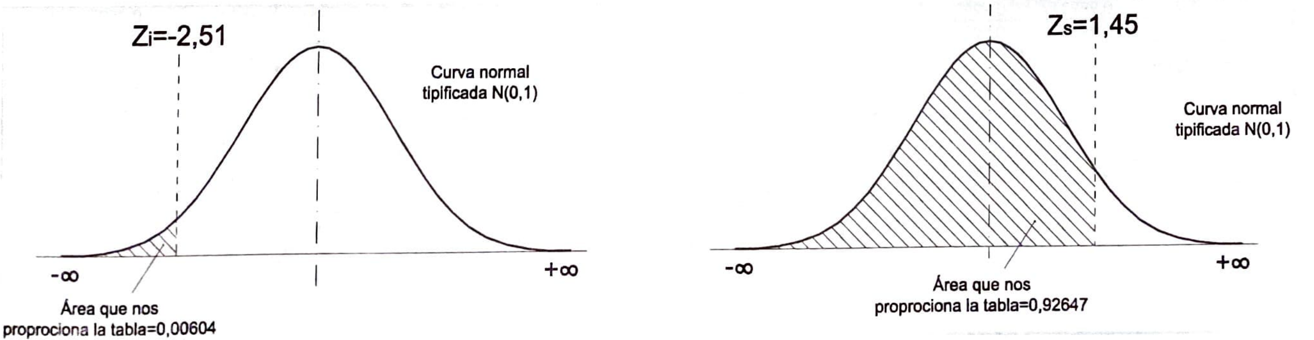


Tabla 16 Áreas tipificadas bajo la curva normal.

normal	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-4	0,00003	0,00003	0,00003	0,00003	0,00003	0,00003	0,00002	0,00002	0,00002	0,00002
-3,9	0,00005	0,00005	0,00004	0,00004	0,00004	0,00004	0,00004	0,00004	0,00003	0,00003
-3,8	0,00007	0,00007	0,00007	0,00006	0,00006	0,00006	0,00006	0,00005	0,00005	0,00005
-3,7	0,00011	0,0001	0,0001	0,0001	0,00009	0,00009	0,00008	0,00008	0,00008	0,00008
-3,6	0,00016	0,00015	0,00015	0,00014	0,00014	0,00013	0,00013	0,00012	0,00012	0,00011
-3,5	0,00023	0,00022	0,00022	0,00021	0,0002	0,00019	0,00019	0,00018	0,00017	0,00017
-3,4	0,00034	0,00032	0,00031	0,0003	0,00029	0,00028	0,00027	0,00026	0,00025	0,00024
-3,3	0,00048	0,00047	0,00045	0,00043	0,00042	0,0004	0,00039	0,00038	0,00036	0,00035
-3,2	0,00069	0,00066	0,00064	0,00062	0,0006	0,00058	0,00056	0,00054	0,00052	0,0005
-3,1	0,00097	0,00094	0,0009	0,00087	0,00084	0,00082	0,00079	0,00076	0,00074	0,00071
-3	0,00135	0,00131	0,00126	0,00122	0,00118	0,00114	0,00111	0,00107	0,00104	0,001
-2,9	0,00187	0,00181	0,00175	0,00169	0,00164	0,00159	0,00154	0,00149	0,00144	0,00139
-2,8	0,00256	0,00248	0,0024	0,00233	0,00226	0,00219	0,00212	0,00205	0,00199	0,00193
-2,7	0,00347	0,00336	0,00326	0,00317	0,00307	0,00298	0,00289	0,0028	0,00272	0,00264
-2,6	0,00466	0,00453	0,0044	0,00427	0,00415	0,00402	0,00391	0,00379	0,00368	0,00357
-2,5	0,00621	0,00604	0,00587	0,0057	0,00554	0,00539	0,00523	0,00508	0,00494	0,0048
-2,4	0,0082	0,00798	0,00776	0,00755	0,00734	0,00714	0,00695	0,00676	0,00657	0,00639
-2,3	0,01072	0,01044	0,01017	0,0099	0,00964	0,00939	0,00914	0,00889	0,00866	0,00842
-2,2	0,0139	0,01355	0,01321	0,01287	0,01255	0,01222	0,01191	0,0116	0,0113	0,01101
-2,1	0,01786	0,01743	0,017	0,01659	0,01618	0,01578	0,01539	0,015	0,01463	0,01426
-2	0,02275	0,02222	0,02169	0,02118	0,02068	0,02018	0,0197	0,01923	0,01876	0,01831
-1,9	0,02872	0,02807	0,02743	0,0268	0,02619	0,02559	0,025	0,02442	0,02385	0,0233
-1,8	0,03593	0,03515	0,03438	0,03362	0,03288	0,03216	0,03144	0,03074	0,03005	0,02938
-1,7	0,04457	0,04363	0,04272	0,04182	0,04093	0,04006	0,0392	0,03836	0,03754	0,03673
-1,6	0,0548	0,0537	0,05262	0,05155	0,0505	0,04947	0,04846	0,04746	0,04648	0,04551
-1,5	0,06681	0,06552	0,06426	0,06301	0,06178	0,06057	0,05938	0,05821	0,05705	0,05592
-1,4	0,08076	0,07927	0,0778	0,07636	0,07493	0,07353	0,07215	0,07078	0,06944	0,06811
-1,3	0,0968	0,0951	0,09342	0,09176	0,09012	0,08851	0,08692	0,08534	0,08379	0,08226
-1,2	0,11507	0,11314	0,11123	0,10935	0,10749	0,10565	0,10383	0,10204	0,10027	0,09853
-1,1	0,13567	0,1335	0,13136	0,12924	0,12714	0,12507	0,12302	0,121	0,119	0,11702
-1	0,15866	0,15625	0,15386	0,15151	0,14917	0,14686	0,14457	0,14231	0,14007	0,13786
-0,9	0,18406	0,18141	0,17879	0,17619	0,17361	0,17106	0,16853	0,16602	0,16354	0,16109
-0,8	0,21186	0,20897	0,20611	0,20327	0,20045	0,19766	0,19489	0,19215	0,18943	0,18673
-0,7	0,24196	0,23885	0,23576	0,2327	0,22965	0,22663	0,22363	0,22065	0,2177	0,21476
-0,6	0,27425	0,27093	0,26763	0,26435	0,26109	0,25785	0,25463	0,25143	0,24825	0,2451
-0,5	0,30854	0,30503	0,30153	0,29806	0,2946	0,29116	0,28774	0,28434	0,28096	0,2776
-0,4	0,34458	0,3409	0,33724	0,3336	0,32997	0,32636	0,32276	0,31918	0,31561	0,31207
-0,3	0,38209	0,37828	0,37448	0,3707	0,36693	0,36317	0,35942	0,35569	0,35197	0,34827
-0,2	0,42074	0,41683	0,41294	0,40905	0,40517	0,40129	0,39743	0,39358	0,38974	0,38591
-0,1	0,46017	0,4562	0,45224	0,44828	0,44433	0,44038	0,43644	0,43251	0,42858	0,42465
-0	0,5	0,49601	0,49202	0,48803	0,48405	0,48006	0,47608	0,4721	0,46812	0,46414
0	0,5	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,5279	0,53188	0,53586
0,1	0,53983	0,5438	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535
0,2	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
0,3	0,61791	0,62172	0,62552	0,6293	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
0,4	0,65542	0,6591	0,66276	0,6664	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
0,5	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,7054	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,7224
0,6	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,7549
0,7	0,75804	0,76115	0,76424	0,7673	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,7823	0,78524
0,8	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
0,9	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
1	0,84134	0,84375	0,84614	0,84849	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
1,1	0,86433	0,8665	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,879	0,881	0,88298
1,2	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147
1,3	0,9032	0,9049	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91308	0,91466	0,91621	0,91774
1,4	0,91924	0,92073	0,9222	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189
1,5	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
1,6	0,9452	0,9463	0,94738	0,94845	0,9495	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
1,7	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,9608	0,96164	0,96246	0,96327
1,8	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
1,9	0,97128	0,97193	0,97257	0,9732	0,97381	0,97441	0,975	0,97558	0,97615	0,9767
2	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97932	0,97982	0,9803	0,98077	0,98124	0,98169
2,1	0,98214	0,98257	0,983	0,98341	0,98382	0,98422	0,98461	0,985	0,98537	0,98574
2,2	0,9861	0,98645	0,98679	0,98713	0,98745	0,98778	0,98809	0,9884	0,9887	0,98899
2,3	0,98928	0,98956	0,98983	0,9901	0,99036	0,99061	0,99086	0,99111	0,99134	0,99158
2,4	0,9918	0,99202	0,99224	0,99245	0,99266	0,99286	0,99305	0,99324	0,99343	0,99361
2,5	0,99379	0,99396	0,99413	0,9943	0,99446	0,99461	0,99477	0,99492	0,99506	0,9952
2,6	0,99534	0,99547	0,9956	0,99573	0,99585	0,99598	0,99609	0,99621	0,99632	0,99643
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,9972	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,9976	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,999
3,1	0,99903	0,99906	0,9991	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,9994	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,9995
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,9996	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,9997	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,9998	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989
3,7	0,99989	0,9999	0,9999	0,9999	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992
3,8	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995
3,9	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997
4	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99998	0,99998	[illegible]	0,99998

Con estos valores obtenidos, sólo nos restará traducir áreas a número de piezas, a sabiendas de que el área total entre la curva y el eje "X" será igual a uno, y que equivaldrá a la población.

Calcularemos el número de piezas fuera de tolerancia, partiendo de la determinación de las áreas:

- Las piezas que saldrán mal por debajo de la tolerancia inferior equivaldrán a un área de 0,00604, que viene expresado en tanto por uno. Si lo multiplicamos por cien tendremos que el 0,604% de piezas estarán defectuosas con menos medida de la permitida. Como la población sobre la que se calcula es igual a 120, el número de piezas que probablemente presenten este defecto equivaldrán a 0,7248 piezas $\cong$ 1 pieza.
- Para determinar las piezas defectuosas por encima de la tolerancia superior, en primer lugar determinaremos el área afectada, que será igual a: $1-0{,}92647=0{,}07353$. Realizando los mismos pasos que en el apartado anterior obtendríamos que el 7,353% de las piezas estarán mal por encima de la tolerancia superior, que en número equivaldrá a 8,8236 piezas $\cong$ 9 piezas *(fig. 18)*.
- El número de piezas buenas que se ha fabricado en la jornada de trabajo será igual a: $120-1-9=110\ piezas$. También podemos calcularlas mediante las áreas *(fig. 19)*.

Fig. 18

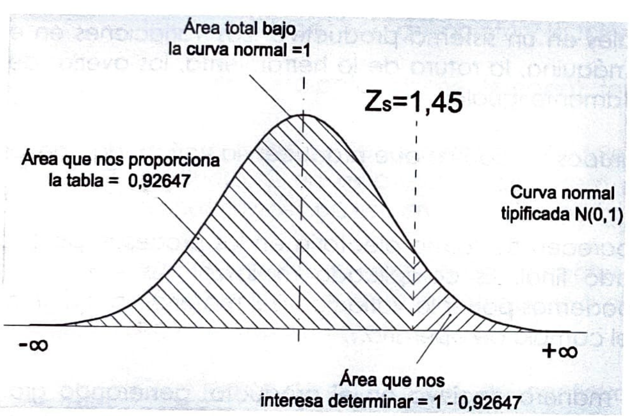
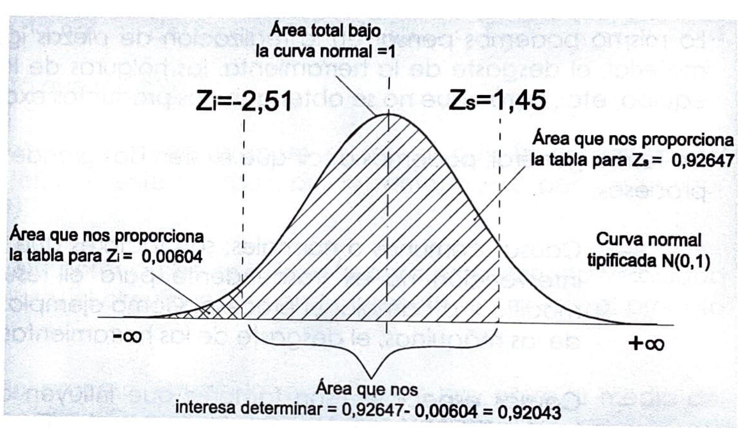
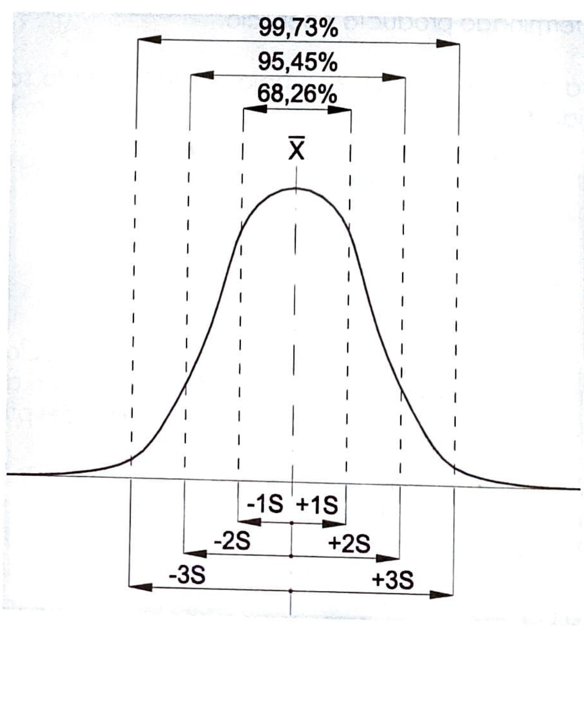


Fig. 19



También es interesante conocer los valores bajo la curva normal, dependiendo de la situación de las tolerancias en función de la desviación típica. Así, si calculamos con un intervalo de tolerancia de $\pm\sigma$, $\pm 2\sigma$ y $\pm 3\sigma$, obtendremos los resultados que aparecen en la *figura 20*.

Fig. 20



Estudios de Capacidad de Procesos

En todos los talleres se sabe de forma empírica la precisión que poseen las máquinas o procedimientos c que se desarrolla el trabajo. Mediante los estudios de Capacidad de Procesos vamos a poder determin forma cuantitativa, si un proceso determinado podrá satisfacer ciertas especificaciones. Además, herramientas nos ayudarán a mejorar los procesos productivos, tendiendo a fabricar con mayor calidad y c constante afán de mejora continua.

Tipos de variabilidad

Entendemos este concepto como las variaciones de los valores numéricos de una magnitud. Ningún proce encontrará bajo control de forma espontánea, sino que será necesario ir perfeccionándolo, eliminando las c especiales de variabilidad hasta lograr controlar perfectamente el proceso.

En los procesos productivos, es imposible lograr que todos los factores que intervienen en el desarroll producto sean siempre iguales y constantes. Por ello, el elemento final se verá afectado presentando c variaciones.

Como ejemplo podemos pensar en el trayecto que todos los días realizamos desde nuestra casa al lug trabajo. Aunque nos levantemos a la misma hora y realicemos sistemáticamente las mismas operaciones, h montón de factores que intervienen en esa tarea, y hacen que siempre suceda algo diferente. Incluso pue que algún día el vehículo que nos transporta sufra una avería o que, cuando nos levantamos, nos encont indispuestos.

Lo mismo podemos pensar en la realización de piezas iguales en un sistema productivo. Las variaciones material, el desgaste de la herramienta, las holguras de la máquina, la rotura de la herramienta, las averí equipo, etc., harán que no se obtengan dos productos exactamente iguales.

De forma general, podemos decir que existen dos grandes grupos de causas que producen la variabilidad procesos:

- Causas comunes o normales: son factores que aparecen de forma aleatoria en los procesos, pe intervención no es trascendente para el resultado final. Es complicado minimizar sus efecto modificar o cambiar el proceso. Como ejemplos podemos poner la variación del material, las hol de las máquinas, el desgaste de las herramientas, el cambio de operario…
- Causas especiales: son factores que influyen de manera decisiva en el producto, generando inestabilidad y variación del resultado final. Su aparición es impredecible, pero sus ef desaparecerán al localizar y eliminar estas causas de variabilidad. Como ejemplos podemos po rotura de la herramienta, las averías en máquinas, los errores humanos…

Una vez vistas las causas de inestabilidad, definiremos otros conceptos relacionados que también deb conocer:

- Proceso: es la combinación de la máquina, los métodos, los materiales, las personas... y to necesario para lograr un determinado producto o servicio.
- Proceso bajo control: se dirá que un proceso está bajo control cuando solamente esté afectado causas comunes de variabilidad.
- Proceso fuera de control: se dirá que un proceso está fuera de control cuando está afectado causas especiales de variabilidad.

Capacidad del proceso

Comenzaremos hablando de las tolerancias, pues estarán íntimamente relacionadas con el estudio capacidad de procesos. Todos sabemos que las dimensiones de las piezas vendrán definidas por unos límites marcan un valor máximo y uno mínimo, entre los cuales deberá estar la medida del producto.

Para estudiar la capacidad de un proceso se establecerán otros límites todavía más restrictivos, de forma exijamos al proceso una mayor estabilidad, asegurándonos la corrección de los productos fabricados. P tanto, diremos que un proceso es capaz cuando la variabilidad que experimenta está dentro de unos márg de tolerancia de 6σ, recibiendo este valor el nombre de tolerancia natural del proceso. Así, como mínim 99,73% de las piezas estarán conformes *(fig. 21)*.

Fig. 21

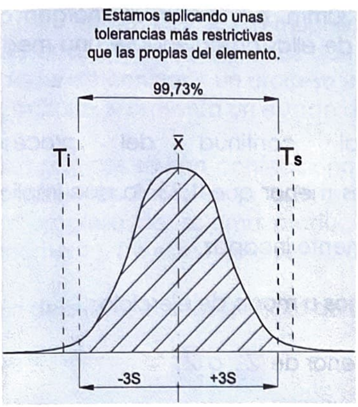
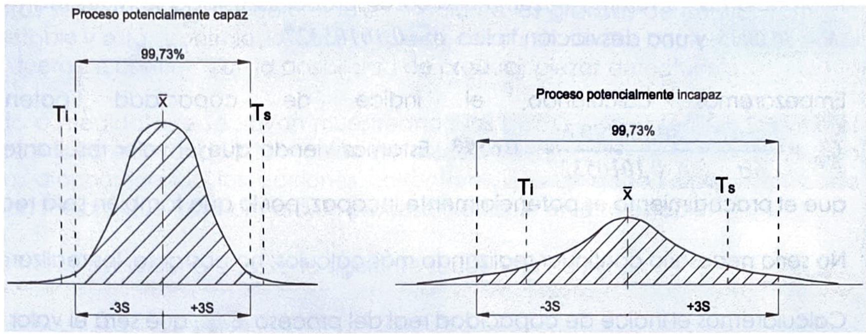


Fig. 22



Existen varios índices que definen la capacidad del proceso. Los más habituales son:

- C_p = Índice de capacidad potencial continua del proceso. Se puede definir como la relación entre la tolerancia específica del objeto y la tolerancia natural del proceso, siendo igual a $C_p = \dfrac{T_s - T_i}{6\sigma}$ y, para ser un proceso potencialmente capaz, tendrá que ser $\geq 1{,}33$.

  Con este índice se determina si la tolerancia natural del proceso es menor que la específica del producto. Si no es así, el proceso será potencialmente incapaz; por lo tanto, no se podrán realizar dichas piezas con ese procedimiento *(fig. 22)*.

  Vamos a poner el ejemplo de un coche, cuya potencia no es suficiente para alcanzar una velocidad determinada. Por muy bueno que sea el piloto, el circuito o las condiciones de la carrera, el proceso será potencialmente incapaz.

- C_{pk} = Índice de capacidad real continua del proceso. Estudia la relación que hay entre la media del proceso y la distancia a cada tolerancia específica. Se calculará de la siguiente forma:

  $Z_s = \dfrac{T_s - \overline{X}}{3\sigma}$ y $Z_i = \dfrac{\overline{X} - T_i}{3\sigma}$. De los dos valores resultantes, nos fijaremos en el menor, que deberá ser $\geq 1{,}33$.

  Si se cumple este principio, nos estaremos asegurando de que, como mínimo, el 99,73% de las piezas van a estar dentro de las tolerancias especificadas. En definitiva, se está midiendo el centraje del proceso *(figs. 23 y 24)*.

Fig. 23

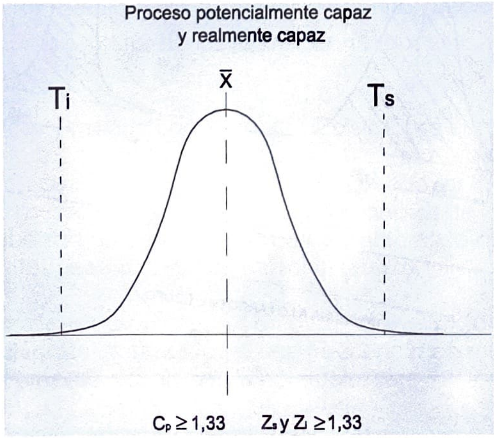
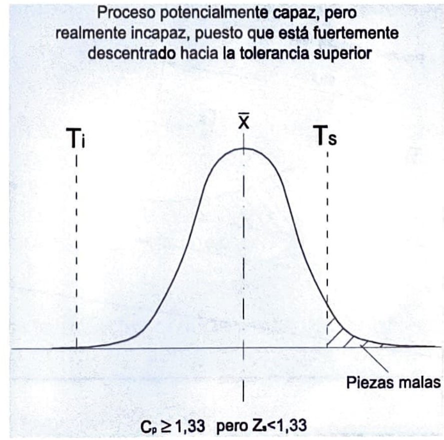


Fig. 24



Cálculo de los índices de capacidad en el ejemplo tipo

Decíamos que en una empresa de mecanizado se han de fabricar, en una jornada de trabajo, 120 piez especificaciones del producto nos dicen que la medida nominal debe ser 30mm, existiendo un marge tolerancia de +0,15mm / -0,25mm. Para comprobar su estado se muestrean 17 de ellas obteniéndose una $\overline{X} = 30{,}0035$ y una desviación típica $\sigma = 0{,}10105327$.

Empezaremos calculando el índice de capacidad potencial continua del pro $C_p = \dfrac{T_s - T_i}{6\sigma} = \dfrac{30{,}15 - 29{,}75}{6 \cdot 0{,}10105327} = 0{,}6597$. Estamos viendo que el valor resultante es menor que 1,33, lo que in que el procedimiento es potencialmente incapaz, por lo que también será realmente incapaz.

No sería necesario continuar realizando más cálculos; no obstante, los realizaremos a modo de ejercicio.

Calcularemos el índice de capacidad real del proceso C_{pk}, que será el valor menor de Z_s o Z_i

$$Z_s = \frac{T_s - \overline{X}}{3\sigma} = \frac{30{,}15 - 30{,}0035}{3 \cdot 0{,}10105327} = 0{,}4832$$

$$Z_i = \frac{\overline{X} - T_i}{3\sigma} = \frac{30{,}0035 - 29{,}75}{3 \cdot 0{,}10105327} = 0{,}8362$$

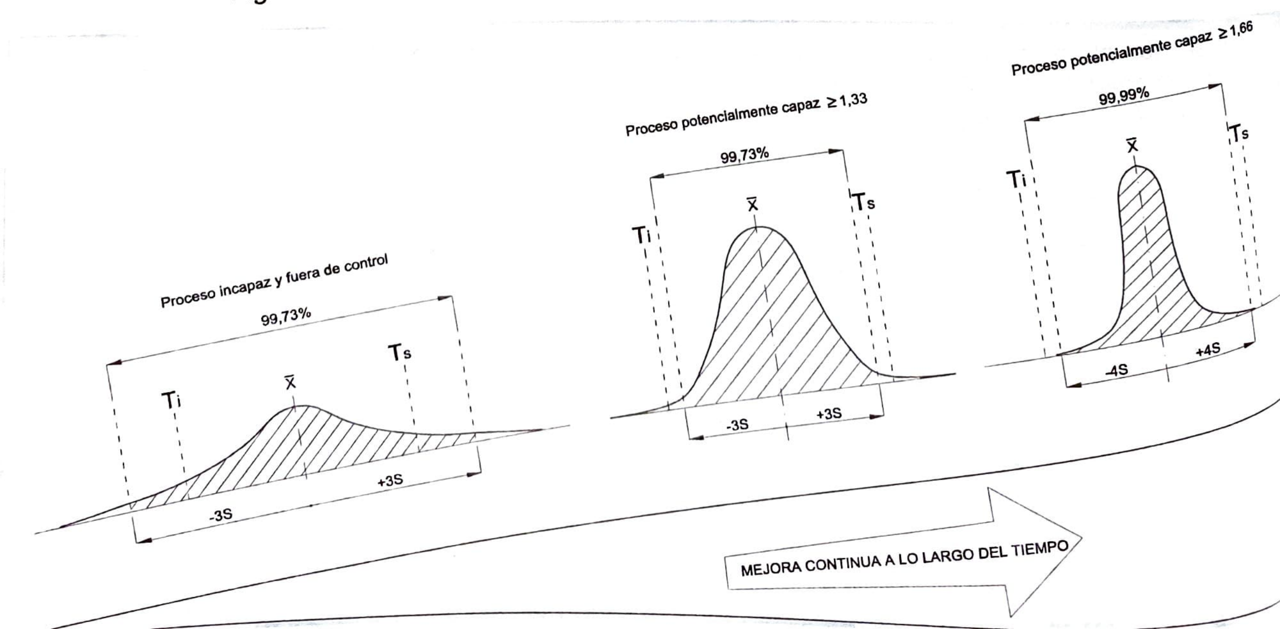
Observamos que el proceso también resulta realmente incapaz, tanto por la tolerancia superior como inferior, pues ambos valores son inferiores a 1,33.

Llegados a este punto, podremos realizar un análisis del procedimiento viendo que la desviación típi demasiado grande, provocado por variables que es necesario eliminar. La media también requiere un pues se observa que el proceso se encuentra descentrado hacia la tolerancia superior, por lo que la cantidad de piezas defectuosas serán por exceso de medida.

Mejora continua en los índices de capacidad

Como hemos dicho, al comienzo de todo sistema productivo existirán causas normales de variabilidad y especiales, por lo que tendríamos un proceso fuera de control que nos arrojaría una curva como la de la figu Una vez detectadas y eliminadas las causas especiales, se observa un cambio sustancial en la curva que de proceso *(fig. 26)*, observando que los valores de los índices están dentro de los márgenes aceptados. seguimos estudiando los métodos de trabajo y analizando profundamente el proceso, podremos m gradualmente los índices de capacidad, tendiendo a la excelencia de proceso *(fig. 27)*.

Fig. 25 *Fig. 26* *Fig. 27*

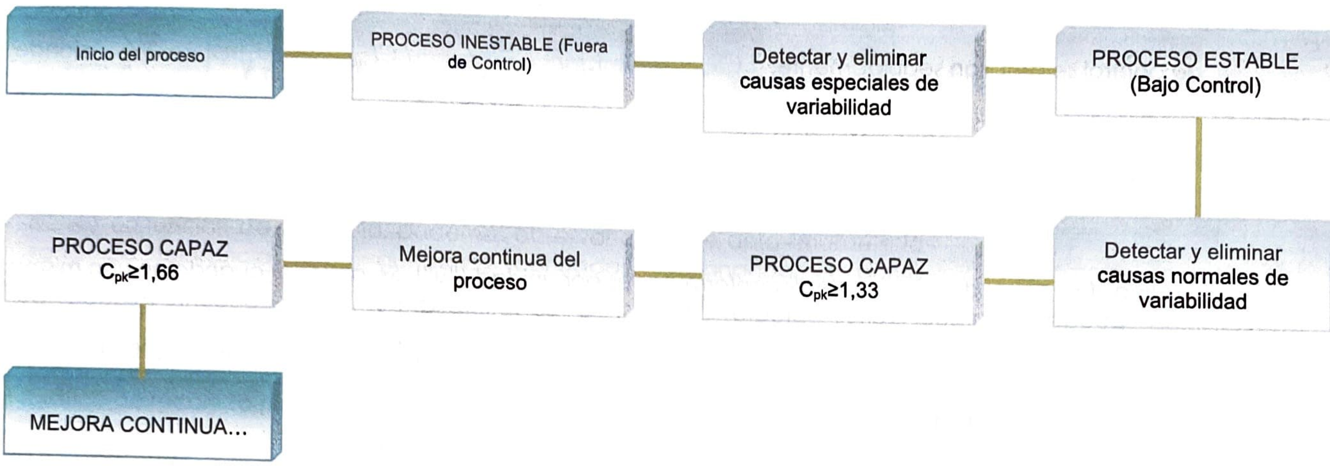


Gráficos de Control

Como hemos dicho, son muchos los factores que intervienen en los procesos, pudiendo ser controlables algunas de estas variables, mientras que otras serán fortuitas o incontrolables. Mediante los gráficos de control vamos a poder determinar si un proceso es estable y está "controlado", por lo que generará productos conformes, o, por el contrario, si presenta un estado de "fuera de control" con la posibilidad de producir piezas defectuosas.

Los gráficos se irán confeccionando a medida que se vayan muestreando las piezas y se obtengan los valores pertinentes. Por lo tanto, este gráfico nos irá aportando información del estado del proceso, de forma simultánea al progreso del sistema productivo, diagnosticando las acciones correctoras que se deben aplicar en cada momento. De esta forma se logra una mejora que transformará un proceso inestable en otro estable.

En definitiva, con los gráficos de control se evolucionará sobre la siguiente secuencia de pasos:



Gráficos de control

Definiremos los gráficos de control como una representación lineal de los valores que se obtienen por algún tipo de medición efectuada durante el funcionamiento de un proceso, controlándolo en todo momento. Su objetivo principal será mantener bajo control el proceso y alertar cuando las desviaciones lo lleven al estado de fuera de control. Además, al ser realizados por los propios operarios, se fomenta el autocontrol involucrando directamente a los trabajadores en el sistema de calidad.

Podemos clasificar los gráficos en dos grupos:

- *Gráficos de control por variables.* Mediante ellos se controlará el comportamiento de una magnitud mensurable, como puede ser una longitud, un peso, etc. Estos gráficos son los más laboriosos de realizar, pero también son los que más información nos aportarán; por ello, se emplean cuando los productos que se obtienen son de gran responsabilidad. Aunque existen varios tipos, tales como gráficos $\left(\overline{X},\sigma\right)$ o $\left(\tilde{X} / R\right)$, nosotros estudiaremos el gráfico de control media–recorrido $\left(\overline{X},R\right)$, ya que es el más habitual, y la forma de realizarlos e interpretarlos es similar en todos ellos.

- *Gráficos de control por atributos.* Con ellos se controlarán características de los procesos, pudiendo obtener respuestas del tipo: pasa/no pasa, bien/mal, vale/no vale, etc. Se podrá definir si el producto final posee alguna cualidad determinada como puede ser la forma, el color, etc.
  Gracias a su empleo se simplificará el análisis de los procesos, ya que de un solo "vistazo" interpretaremos la variabilidad de una determinada característica del producto. Además, es rápida y sencilla la obtención de los datos necesarios para realizar el gráfico.

  Los gráficos de control por atributos requieren tamaños de muestra grandes, aproximadamente entre 50 y 200 unidades; y se aplicará una frecuencia de muestreo capaz de detectar los cambios que se produzcan en el proceso. Los tipos más habituales son:

- *Gráfico de control de fracción de unidades no conformes ("p")*. "p" es el porcentaje de unid[...] $p = \frac{unidades\ no\ conformes}{n} x100$ conformes encontradas en la muestra analizada y se calculará: $n = número\ de\ unidades\ inspeccionadas$. Los límites de control se determinarán de la siguiente forma: $LCS_p = \overline{p} + 3\sqrt{\frac{\overline{p}(100-\overline{p})}{\overline{n}}}$ $LCI_p = \overline{p} - 3\sqrt{\frac{\overline{p}(100-\overline{p})}{\overline{n}}}$ donde $N = número\ de\ muestras$,

$$\overline{p} = fracción\ media\ de\ unidades\ no\ conformes = \overline{p} = \frac{(p_1 + ... + p_N)}{N}$$ y $$\overline{n} = tamaño\ medio\ de\ muestras = \overline{n} = \frac{(n_1 + ... +}{N}$$

- *Gráfico de control de número de unidades no conformes ("np")*. Es similar al gráfico anterio[...] solamente se podrá aplicar cuando todas las muestras posean el mismo tamaño "n". "np" se re[...] número de unidades no conformes y los cálculos que tendremos que hacer para configurar el [...] de control se detallan seguidamente: $LCS_{np} = n\overline{p} + 3\sqrt{n\overline{p}\left(1 - \frac{n\overline{p}}{n}\right)}$ $LCI_{np} = n\overline{p} - 3\sqrt{n\overline{p}\left(1 - \frac{n\overline{p}}{n}\right)}$

$$n\overline{p} = n^o\ medio\ de\ unidades\ no\ conformes = n\overline{p} = \frac{(np_1 + ... + np_N)}{N}$$

- *Gráfico de control de número de disconformidades por unidad ("u")*. Se aplicará cuando en una pieza puedan aparecer varios defectos distintos. "u" se refiere al número de disconformidad[...] unidad $u = \frac{suma\ de\ disconformidades\ de\ la\ muestra}{n}$. Los cálculos relativos a este gráfico que de[...] conocer son los siguientes:

$LCS_u = \overline{u} + 3\sqrt{\frac{\overline{u}}{\overline{n}}}$ $LCI_u = \overline{u} - 3\sqrt{\frac{\overline{u}}{\overline{n}}}$, donde $\overline{n} = tamaño\ medio\ de\ muestras = \overline{n} = \frac{(n_1 + ... + n_N)}{N}$,

$$\overline{u} = media\ de\ disconformidades\ por\ unidad\ de\ muestra = \overline{u} = \frac{(u_1 + ... + u_N)}{N}$$

- *Gráfico de control de número de disconformidades ("c")*. Es similar al anterior, pero solame[...] aplicará cuando todas las muestras posean el mismo tamaño. $c = número\ de\ disconformidades$. Los [...] de control se calcularán como sigue: $LCS_c = \overline{c} + 3\sqrt{\overline{c}}$ $LCI_c = \overline{c} - 3\sqrt{\overline{c}}$,

$$\overline{c} = media\ de\ disconformidades\ del\ proceso = \overline{c} = \frac{(c_1 + ... + c_N)}{N}$$

Gráfico de control $\left(\overline{X}, R\right)$

En ellos se representará gráficamente el comportamiento de la media $\overline{X}$, controlando la tendencia centr[...] del recorrido R, analizando la variabilidad, a lo largo del sistema productivo.

Normalmente el tamaño de la muestra será pequeño, alrededor de 5 unidades, y la frecuencia de muestre[...] la suficiente para asegurar la detección de causas internas y externas de variabilidad. Con 100 ele[...] medidos podría ser suficiente para realizar un gráfico coherente. Por ejemplo 20 muestras de 5 piezas cad[...] Para realizar la extracción suelen establecerse periodos determinados, bien sean por horas, por turno, p[...] etc. Además, las unidades de muestra se recogerán de forma consecutiva, con el objetivo de lograr una m[...] homogénea y representativa.

Seguidamente pondremos un ejemplo que iremos desarrollando para lograr una explicación más didác[...] comprensible:

Vamos a suponer que en un sistema productivo se fabrican ejes cuyo diámetro queremos controlar. Para ello se estudian 5 piezas cada hora, formando cada grupo de ellas una muestra y teniendo un total de 20 muestras. En la *tabla 28* se indica un extracto de algunas de ellas. Además, se muestra un resumen de las mismas en la *tabla 50.*

Tabla 29

Hora de extracción	**8:00**	**9:00**	**10:00**	**11:00**	**12:00**	**13:00**	**14:00**	**15:00**	...
Persona	**Raúl**	**Raúl**	**Raúl**	**Raúl**	**José**	**José**	**José**	**José**	...
MUESTRAS Nº	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	...
VALORES MEDIDOS	5	5,01	5,02	4,99	5	5,01	5	5,01	...
	5	5	5	4,98	4,96	5,01	5	5	...
	5	5,01	5,01	4,97	5	5	5	5,01	...
	5,02	5,02	4,99	5	5	5,02	5,01	5,02	...
	5	5,02	5	5,02	5,01	5	4,99	5,02	...
MEDIA $\overline{X}$	**5,004**	**5,012**	**5,004**	**4,992**	**4,994**	**5,008**	**5**	**5,012**	...
RECORRIDO R	0,02	0,02	0,03	0,05	0,05	0,02	0,02	0,02	...

Tabla 29

Nº MUESTRA	**MEDIA $\overline{X}$**	**RECORRIDO R**
1	5,004	0,02
2	5,012	0,02
3	5,004	0,03
4	4,992	0,05
5	4,994	0,05
6	5,008	0,02
7	5	0,02
8	5,012	0,02
9	5,004	0,02
10	5,012	0,02
11	5,004	0,03
12	4,992	0,05
13	4,994	0,05
14	5,008	0,02
15	5	0,02
16	5,012	0,02
17	5,004	0,02
18	5,012	0,02
19	5,004	0,03
20	4,992	0,05
	$\sum \overline{X} = 100{,}064$	$\sum R = 0{,}58$

Cada muestra se podría definir por una curva normal *(fig. 30)*. Si situamos las curvas en función de su media, podemos observar cómo se aproximarán a la zona de tolerancia o se quedarán centradas, designando el punto correspondiente al centro de la curva *(fig. 31);* de este principio nace el grafico de medias. Para realizar el de recorrido, lo que haremos será alinear el extremo de las curvas a una línea de referencia, observando las distintas amplitudes que presentan, las cuales generarán los puntos que darán lugar al gráfico de recorrido *(fig. 32)*.

En estas representaciones también aparecen unas líneas que definen los límites de control, que son los márgenes o fronteras que la variable a controlar no podrá sobrepasar para que el proceso se encuentre bajo control.

Por ello existe el límite de control superior "LCS" y el límite de control inferior "LCI". Tendremos presente que, aunque se obtengan muestras que marcan puntos fuera de estos límites, no se estará sobrepasando la tolerancia, ya que ésta será más amplia que los límites de control. Pero lo que sí implicará es que el sistema se encuentra fuera de control, por lo que, si no se toman medidas una vez detectado el problema, se empezarán a generar piezas defectuosas.

Fig 30

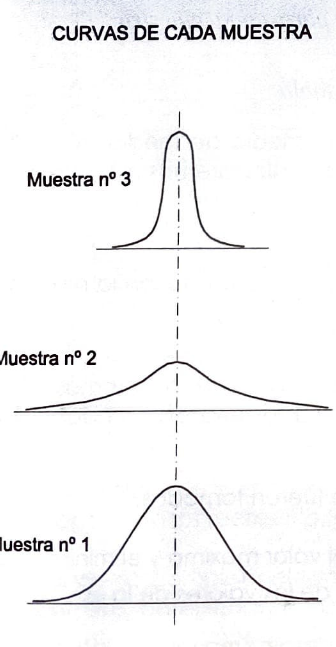


Fig 31

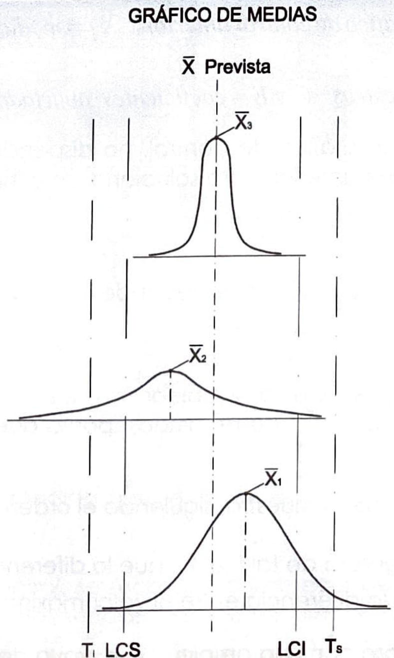
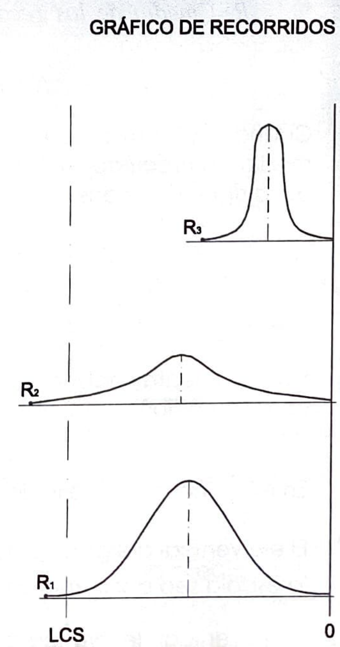


Fig. 32



Para entender mejor los límites de control vamos a compararlos con la indicación del depósito de reserva coches, pues cuando se enciende el indicador de gasolina, todavía se podrán recorrer ciertos kilómetro será necesario solventar el problema.

Si calculamos los límites de control se calcularán de la siguiente manera:

- Para el gráfico de medias, los límites de control se calcularán de la siguiente manera:

$$Límite\ de\ control\ superior\ de\ la\ media = LCS_{\overline{X}} = \overline{\overline{X}} + C \cdot \overline{R} \quad Límite\ de\ control\ inferior\ de\ la\ media = LCI_{\overline{X}} =$$

donde $\overline{\overline{X}}$ es la media de las medias muestrales del gráfico de control anterior al que se está realizan es un coeficiente que varía dependiendo del tamaño de la muestra. $\overline{R}$ es la media de los recorridos muestras del gráfico de control anterior.

- Para el gráfico de recorridos aplicaremos las siguientes ecuaciones:

$$Límite\ de\ control\ superior\ del\ recorrido = LCS_R = D \cdot \overline{R} \quad Límite\ de\ control\ inferior\ del\ recorrido = LCI_R = E$$

donde D y E son coeficientes que dependen del número de piezas por muestra *(tabla 33)*. E adopta el valor de cero para muestras con número de individuos igual o menor de 6, por lo que el LCI_R no se aplicará cuando el número de piezas de las muestras sea inferior a seis. $\overline{R}$ es la media de los recorridos del gráfico de control anterior al que se está realizando.

Tabla 33

n	C	D	E	
2	1,88	3,267	0	1,
3	1,023	2,575	0	1,
4	0,729	2,282	0	2
5	0,577	2,115	0	2,
6	0,483	2,004	0	2
7	0,419	1,924	0,076	2

Si calculamos los límites de control para el ejercicio comentado anteriormente, nos basaríamos en la media de las medias muestrales y en la media del recorrido del grá control anterior, suponiendo que $\overline{\overline{X}} = 5{,}0031$ y $\overline{R} = 0{,}028$ tendríamos:

$$LCS_{\overline{X}} = \overline{\overline{X}} + C \cdot \overline{R} = 5{,}0031 + (0{,}577 \cdot 0{,}028) = 5{,}0193 \quad LCI_{\overline{X}} = \overline{\overline{X}} - C \cdot \overline{R} = 5{,}0031 - (0{,}577 \cdot 0{,}028) = 4{,}9869$$

$$LCS_R = D \cdot \overline{R} = 2{,}115 \cdot 0{,}028 = 0{,}05922 \quad LCI_R = E \cdot \overline{R} = 0 \cdot 0{,}028 = 0$$

donde:

$$\overline{\overline{X}} = media\ de\ las\ medias\ muestrales\ del\ gráfico\ de\ control\ anterior$$

$$\overline{R} = media\ de\ los\ recorridos\ del\ gráfico\ de\ control\ anterior \quad \overline{X}_i = media\ obtenida\ para\ cada\ muestra\ "i$$

$$N = número\ de\ muestras \quad C\ y\ E = coeficientes\ aportados\ por\ la\ tabla$$

Cuando se comience por primera vez un gráfico de control, no dispondremos de la media de medias media de recorridos del gráfico de control anterior. Para solucionar este inconveniente calcularemos estos de la siguiente manera:

$$\overline{\overline{X}} = \frac{T_s + T_i}{2} \quad \overline{R} = \frac{F \cdot (T_s - T_i)}{6}$$ donde "F" es un valor que depende el número de piezas que componen la *(tabla 6)*.

Seguidamente deberemos definir las escalas a emplear en los gráficos. Sabemos que tendrem representaciones distintas, una de medias y otra de recorridos, por lo que estableceremos escalas en ca de ellas.

En el eje horizontal se indicará el número de la muestra, siguiendo el orden en las que fueron tomadas.

El eje vertical del gráfico de $\overline{X}$ se configurará de tal forma, que la diferencia entre el valor máximo y el mín la escala sea por lo menos el doble que la diferencia entre el valor máximo y mínimo de los valores de la $\overline{X}$

El eje vertical del gráfico de R se realizará con una amplitud que vaya desde cero hasta como mínimo de el valor máximo del recorrido.

Como ejemplo vemos en la *figura 34* y en la *tabla 35* la configuración de las escalas para el ejemplo anterior:

Fig. 34 Determinación de las escalas en el gráfico de medias y en el de recorridos.

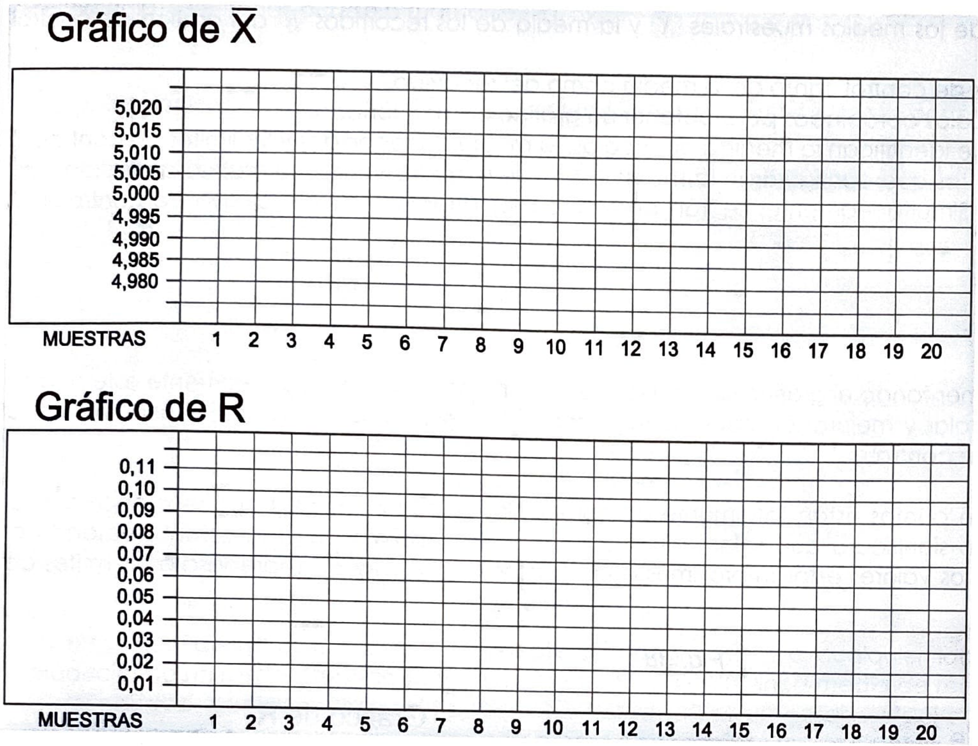


Tabla 35 Valores para el cálculo de la escala.

Nº MUESTRA	MEDIA $\overline{X}$	RECORRIDO R
1	5,004	0,02
2	5,012	0,02
3	5,004	0,03
4	4,992	0,05
5	4,994	0,05
6	5,008	0,02
7	5	0,02
8	5,012	0,02
9	5,004	0,02
10	5,012	0,02
11	5,004	0,03
12	4,992	0,05
13	4,994	0,05
14	5,008	0,02
15	5	0,02
16	5,012	0,02
17	5,004	0,02
18	5,012	0,02
19	5,004	0,03
20	4,992	0,05

El siguiente paso consiste en representar las líneas centrales ($\overline{\overline{X}}$ y $\overline{R}$) obtenidas del gráfico de control anterior; así como los límites de control calculados *(fig. 36)*.

Fig. 36 Representación de los límites de control.

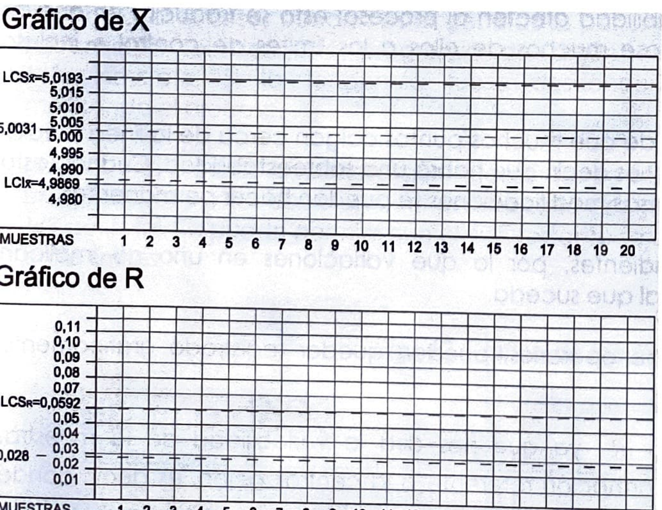
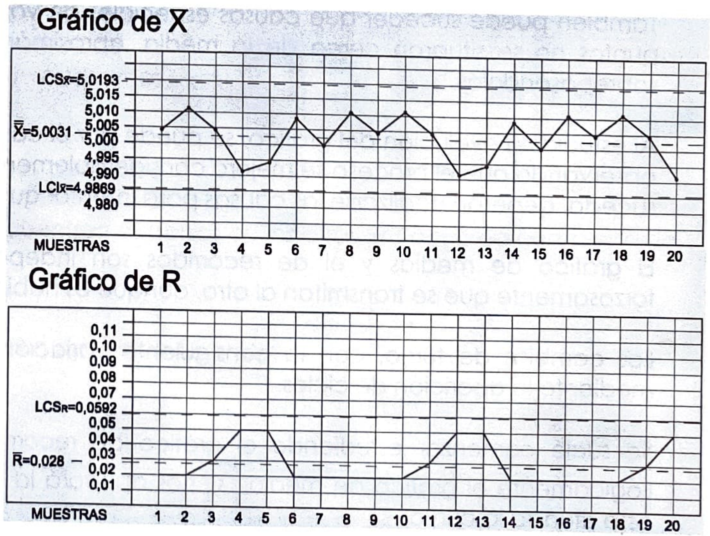


Fig. 37 Representación del gráfico.



Sólo restaría ir cubriendo los gráficos a medida que se vayan obteniendo los valores de las muestras, las cuales se unirán por trazos rectos *(fig.37)*.

Cuando se complete el gráfico de control, se recalculará la media de las medias muestrales y la media de los recorridos, obteniendo unos datos que nos servirán para recalcular los datos necesarios y comenzar otro gráfico. En nuestro ejemplo tendríamos:

$\overline{\overline{X}} = media\ de\ las\ medias\ muestrales = \frac{\sum \overline{X}_i}{N} = \frac{100{,}064}{20} = 5{,}0032$ $\overline{R} = media\ de\ los\ recorridos = \frac{\sum R_i}{N} = \frac{0{,}58}{20} = 0,$

En resumen, para elaborar un gráfico de control se realizarán los siguientes pasos:

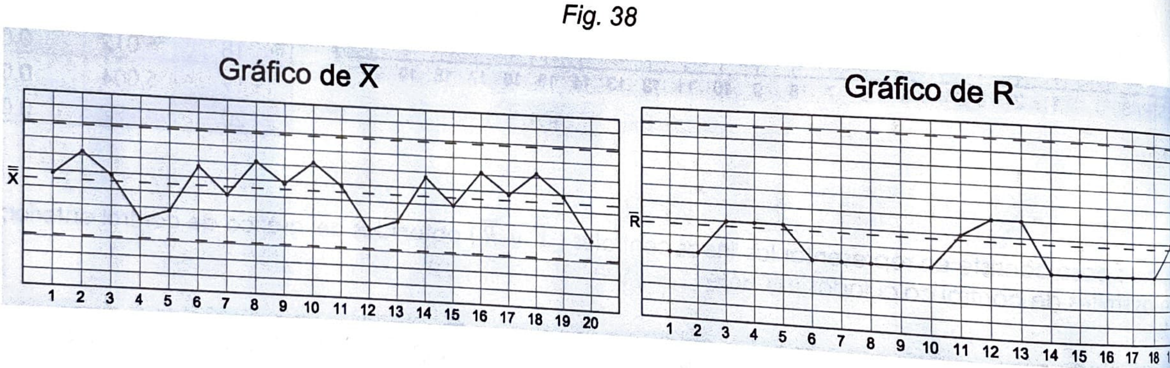
1. Se recogerán los datos según el muestreo establecido.
2. Se tomarán la media de las medias muestrales $\overline{\overline{X}}$ y la media de los recorridos $\overline{R}$ del gráfico de co anterior.
3. Se calcularán los límites de control, tanto de la media como del recorrido.
4. Se establecerán las escalas apropiadas para obtener un gráfico proporcionado.
5. Se situarán las líneas que identifican la medida de medias, la media de recorridos y los límites de cont
6. Se irán tomando los datos que configurarán la muestra, y se llevarán los valores al gráfico a medida se vayan obteniendo. Simultáneamente, se irán analizando los gráficos con el objetivo de contro proceso.

Interpretación de los gráficos

A medida que se vaya cumplimentando el gráfico de control, iremos interpretándolo, pues realmente este será el que nos ayude a controlar y mejorar el proceso. Seguidamente, estudiaremos las particularidades interpretación de los gráficos de control.

Cuando una serie suficiente de puntos están totalmente comprendidos entre los límites, podremos decir q proceso está bajo control. Esto significará que solamente causas normales de variabilidad están afectand proceso y por esto, casi todos los valores estarán próximos a la línea central y ninguno sobrepasará los límite control *(fig. 38)*.

Fig. 38



También puede suceder que causas especiales de variabilidad afecten al proceso; esto se traducirá en qu puntos no se situaran cerca de la media, aproximándose muchos de ellos a los límites de control e in sobrepasándolos.

Al estudiar la evolución del gráfico, se puede dar el caso de que muchos puntos caigan cerca de la línea m observando que el proceso se mejora considerablemente, es decir, que habrá una sobreestabilidad. Cuando suceda, deberán analizarse las causas para intentar que esas modificaciones se puedan hacer permanentes.

El gráfico de medias y el de recorridos son independientes, por lo que variaciones en uno no imp forzosamente que se transmitan al otro, aunque es habitual que suceda.

Los cambios de turno, con la consiguiente variación de operarios, pueden quedar registrado gráficam mediante la aparición de ciclos.

Se suele comenzar estudiando el gráfico de recorrido R, ya que nos dirá la variabilidad de la mue Lógicamente el gráfico de media $\overline{X}$ nos aportará la información referente a la centralización, es decir, d está situada la curva.

Aunque en la secuencia de pasos que veremos se estudia de forma independiente cada gráfico, será nece interrelacionarlos para lograr un correcto entendimiento del estado en el que se encuentra el proceso. Los p no se pueden estudiar de manera individual, sino que tendremos en cuenta la distribución que van sufriendo

Estudio del gráfico de recorrido " R "

Vamos a comentar las situaciones más habituales que podremos encontrarnos. Así, puede darse el caso que al realizar el gráfico observemos que un punto sobrepasa el límite de control superior del recorrido; esto significaría que la dispersión de las piezas fabricadas ha sufrido un aumento preocupante, y normalmente será debido a alguna modificación realizada en el proceso de trabajo. Se dejará registrada en el gráfico de control la razón causante de dicha variación. Además, los puntos que se localicen fuera de los intervalos o aquellos de especial relevancia, suelen destacarse o marcarse *(fig. 39)*.

Fig. 39 Punto que sobrepasa el límite de control.

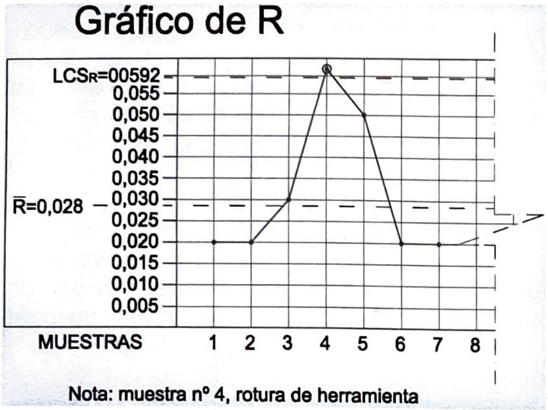
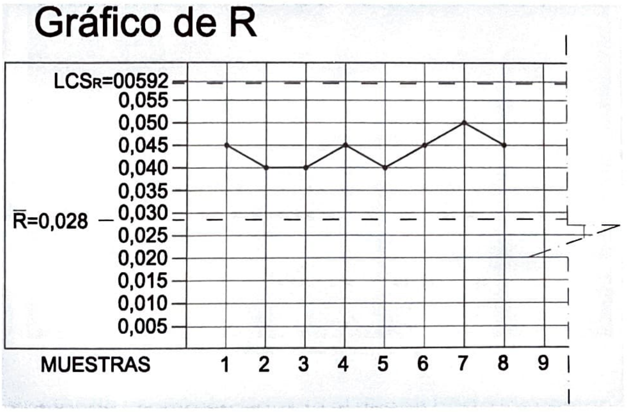


Fig. 40 Sesgo por encima de la línea media.

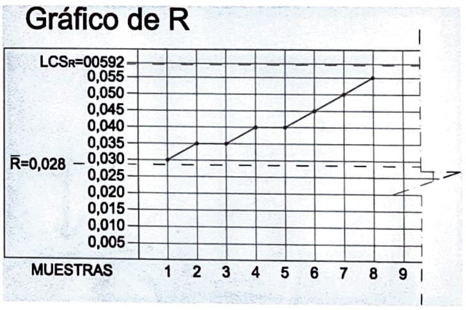


En el gráfico de recorridos si se tienen siete puntos sucesivos a cualquier lado de la línea media, se estará produciendo un sesgo. Cuando tenga lugar por encima de la línea media de recorridos implicará un aumento de la variabilidad, que normalmente puede estar causada por un desajuste del equipo *(fig. 40)*. Lógicamente si el sesgo se encuentra por debajo de la línea media de recorridos la variabilidad del proceso será pequeña, lo que implicará una considerable mejora en cuanto a la dispersión de los resultados.

Habitualmente, antes de que se produzca un punto fuera de los límites de control se podrá apreciar un sesgo.

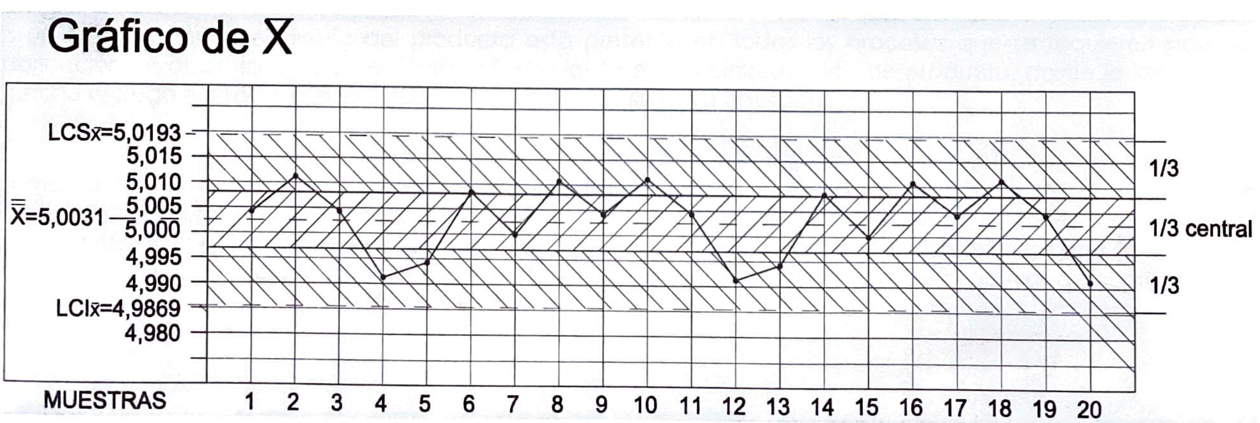
Distinto sería si los siete puntos sucesivos adquieren una configuración ascendente o descendente, ya que estaríamos hablando de una tendencia *(fig. 41)*. Cuando sean ascendentes generarán un incremento de la variabilidad, por lo que al detectarlo intervendremos en el equipo o proceso, aunque no se haya alcanzado el límite de control. Estos sucesos pueden estar generados por un desgaste de la herramienta, el desajuste progresivo de algún elemento de la máquina, etc. Si la tendencia fuese descendente, estaríamos mejorando el proceso.

Fig. 41 Tendencia.



Para que el proceso discurriese correctamente, podríamos decir que un 60% de los puntos deberán caer en una zona central equivalente a 1/3 del total. Se puede permitir que el 40% restante se encuentren dispersos en los otros 2/3 del área comprendida entre límites.

Fig. 42 Gráfico de medias con evolución favorable.



Estudio del gráfico medias "$\overline{X}$"

Al igual que sucedía en el gráfico de recorridos, podrán existir sesgos o tendencias que implican habitu desajustes del proceso, definiéndolos de forma similar a lo visto en el gráfico de recorrido.

Así mismo, la distribución de los valores deberá ser similar a la vista en el gráfico de recorridos. Pues un pun de los límites indica generalmente que el proceso ha sufrido una modificación, bien por cambio de oper instrumento, de medición...

Diremos que el proceso evoluciona de forma favorable y controlada cuando exista un reparto de pun aproximadamente sea del 60% en el tercio central y el 40% en el área restante *(fig. 42)*.