

## Introducción



Hasta ahora hemos visto que la Metrología sirve para medir, pero ésta no es sólo su única función. También tiene que analizar todas las mediciones y evaluar su comportamiento a lo largo de la producción industrial comparándolas con las especificaciones que quiere el cliente por medio de la **estadística**.

Debido a que sería muy costoso medir todas las piezas producidas, hay que recoger **muestras** de toda la producción y medirlas. El estudio de la muestra nos da una idea de la Calidad. Cuanto mayor sea el tamaño de la muestra mejor se conocerá el comportamiento de la producción. El estudio de varias muestras a lo largo del tiempo nos permitirá evaluar el comportamiento de la producción, así como el futuro de la misma.

## Requisitos que debe cumplir una muestra

Que sea **homogénea**: Todos los datos que formen la población deberán ser recogidos de la misma forma, es decir, en el mismo turno de trabajo, con los mismos equipos de personas y de máquinas etc. Esto es esencial para que al coger la muestra de esa población, también sea homogénea.

Que el **tamaño** sea el adecuado: Cuanto mayor sea la muestra menor será el riesgo que asumamos, esto significa que será más fiable pero los costes aumentarán en concepto de verificaciones y comprobaciones o ensayos.

Que los **valores** que formen la muestra sean escogidos de manera aleatoria y no se rijan por ningún precepto o regla establecida.

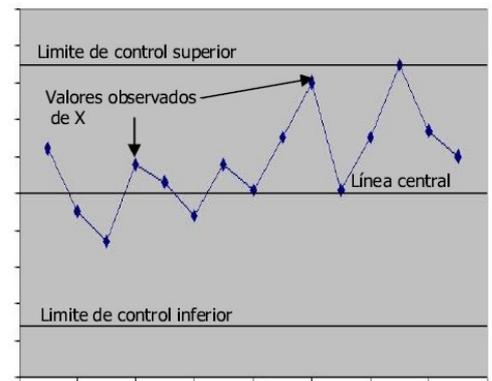
## CONTROL DE PROCESOS

Un **proceso de control** es aquel cuyo comportamiento con respecto a variaciones es estable en el tiempo. Las gráficas de control se utilizan en la industria como **técnica de diagnósticos** para supervisar procesos de producción e identificar inestabilidad y circunstancias anormales.

Las gráficas de control constituyen un mecanismo para detectar situaciones donde las causas asignables pueden estar afectando de manera adversa la calidad de un producto.

Cuando una gráfica indica una situación fuera de control, se puede iniciar una investigación para identificar causas y tomar medidas correctivas.

Además de los puntos trazados la gráfica tiene una línea central y dos límites de control. Si todos los puntos de la gráfica se encuentran entre los dos límites de control se considera que el proceso está controlado. Una señal fuera de control aparece cuando un punto trazado cae fuera de los límites, lo cual se atribuye a alguna causa asignable y entonces comienza la búsqueda de tales causas.



## Gráficos X-R

Las cartas de control X y R se usan ampliamente para monitorear **la media y la variabilidad**. El control del promedio del proceso, o nivel de calidad medio, suele hacerse con la gráfica de control para medias, o gráfica X. La variabilidad de proceso puede monitorizar con una gráfica de control para el rango, llamada gráfica R. Generalmente, se llevan gráficas X y R separadas para cada característica de la calidad de interés.

### Toma de muestras

Periódicamente se toma una pequeña muestra (por ejemplo, de cinco unidades) del proceso, y se calculará el promedio (**X**) y el rango (**R**) de cada una. Debe recolectarse un total de al menos 50 medias individuales (esto es, diez muestras de cinco cada una) antes de calcular los límites de control.

## UF 3- CONTROL Y CAPACIDAD DE PROCESOS

*Ejemplo:*

*Se ha obtenido una gráfica del contenido de plomo en partes por billón de 5 muestras de agua registradas diariamente por un periodo de 5 días, que se muestra a continuación:*

Día	Muestras de agua				
	1	2	3	4	5
1	13	8	2	5	8
2	0	6	1	9	15
3	4	2	4	3	4
4	3	15	8	3	5
5	5	10	5	4	0
6	9	5	13	7	7
7	0	4	4	3	9
8	9	3	0	6	0
9	14	0	0	5	3
10	3	9	5	0	2
11	5	8	0	7	8
12	3	2	2	7	4
13	5	11	14	8	3
14	13	5	5	12	7
15	7	0	1	0	6
16	12	7	10	4	13
17	9	4	4	8	9
18	6	1	1	3	13
19	7	0	5	7	2
20	10	0	10	12	7
21	3	7	5	10	12
22	3	0	10	5	4
23	3	3	0	6	9
24	0	2	3	6	7
25	2	3	5	4	10
26	3	1	4	2	4
27	2	4	5	13	4
28	0	16	7	2	11
29	3	5	9	8	6
30	9	7	10	13	0

### **Cálculo del rango R de las muestras**

A continuación, deberán calcularse los rangos promedios de las muestras. El rango es la diferencia del valor mayor de la muestra menos el valor menor de la muestra, esto es, de manera muy abstracta,  $R = M - m$ , donde **M** es el mayor y **m** es el menor.

Aplicando este conocimiento a nuestro ejemplo, se calculan los valores de los rangos muestrales de la siguiente forma:

## UF 3- CONTROL Y CAPACIDAD DE PROCESOS

Día	Muestras de agua					Ri
	1	2	3	4	5	
1	13	8	2	5	8	11
2	0	6	1	9	15	15
3	4	2	4	3	4	2
4	3	15	8	3	5	12
5	5	10	5	4	0	10
6	9	5	13	7	7	8
7	0	4	4	3	9	9
8	9	3	0	6	0	9
9	14	0	0	5	3	14
10	3	9	5	0	2	9
11	5	8	0	7	8	8
12	3	2	2	7	4	5
13	5	11	14	8	3	11
14	13	5	5	12	7	8
15	7	0	1	0	6	7
16	12	7	10	4	13	9
17	9	4	4	8	9	5
18	6	1	1	3	13	12
19	7	0	5	7	2	7
20	10	0	10	12	7	12
21	3	7	5	10	12	9
22	3	0	10	5	4	10
23	3	3	0	6	9	9
24	0	2	3	6	7	7
25	2	3	5	4	10	8
26	3	1	4	2	4	3
27	2	4	5	13	4	11
28	0	16	7	2	11	16
29	3	5	9	8	6	6
30	9	7	10	13	0	13

El valor de  $R' = 9.167$ , que es valor del Límite Central para la Gráfica R, y es la línea central de muestras observaciones individuales (la media de todos los rangos de todas las muestras).

### Cálculo de Límites Superior e Inferior de los Rangos Muestrales

Como ya se ha explicado, los límites superior e inferior nos ayudan a deducir si nuestro gráfico se encuentra dentro o fuera de control. Por esto es necesario ubicar su lugar en el histograma (que se hará posteriormente) con ayuda de las siguientes fórmulas abreviadas:

$$\text{Límite de control Superior} = D_4 R'$$

$$\text{Límite de Control Inferior} = D_3 R'$$

Donde  $D_3$  y  $D_4$  son constantes aplicadas en nuestro ejemplo, y que se encuentran en la siguiente tabla:

Número de observaciones en una muestra	$A_2$	$D_3$	$D_4$	Factor para la estimación de R: $d_2=R/s$
2	1.880	0	3.268	1.128
3	1.023	0	2.574	1.693
4	0.729	0	2.282	2.059
5	0.577	0	2.114	2.326
6	0.483	0	2.004	2.534
7	0.419	0.076	1.924	2.704
8	0.373	0.136	1.864	2.847
9	0.337	0.184	1.816	2.97
10	0.308	0.223	1.777	3.078
11	0.285	0.256	1.744	3.173
12	0.266	0.284	1.717	3.258
13	0.249	0.308	1.692	3.336
14	0.235	0.329	1.671	3.407
15	0.223	0.348	1.652	3.472

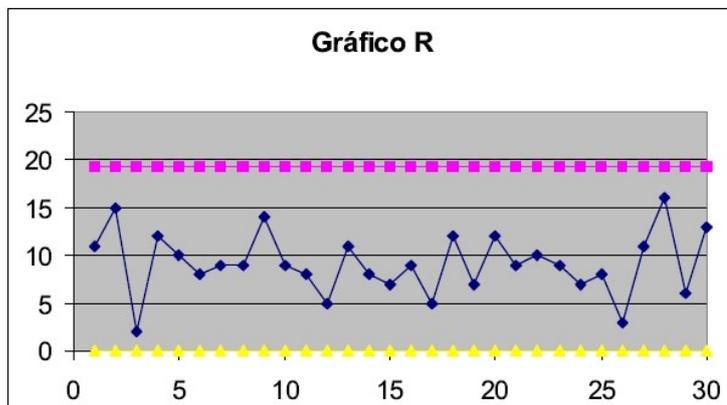
## UF 3- CONTROL Y CAPACIDAD DE PROCESOS

La selección de las constantes D dependerá del número de observaciones en nuestra muestra; como nuestro ejemplo consta de 5 observaciones,  $D_3=0$  y  $D_4=2.114$ .

Así, se sustituye el valor seleccionado en la fórmula y se obtiene que

$$\text{Límite de Control Superior} = D_4 R' = (2.114) (9.167) = 19.38$$

$$\text{Límite de Control Inferior} = D_3 R' = (0) (9.167) = 0$$



### Cálculo del promedio de promedios

Como su nombre lo indica, el promedio de promedios se calcula sacando el promedio de los resultados obtenidos de X.

El valor de será posteriormente utilizado en las fórmulas de cálculo de los límites superior e inferior de la gráfica, así que es importante conservar en la mente dicho valor.

Ya calculados todos los promedios X en la tabla, se calcula el valor promedio, seleccionando la columna obtenida de valores X. Hasta ahora, se tiene la siguiente tabla:

Día	Muestras de agua					Xi
	1	2	3	4	5	
1	13	8	2	5	8	7.2
2	0	6	1	9	15	6.2
3	4	2	4	3	4	3.4
4	3	15	8	3	5	6.8
5	5	10	5	4	0	4.8
6	9	5	13	7	7	8.2
7	0	4	4	3	9	4
8	9	3	0	6	0	3.6
9	14	0	0	5	3	4.4
10	3	9	5	0	2	3.8
11	5	8	0	7	8	5.6
12	3	2	2	7	4	3.6
13	5	11	14	8	3	8.2
14	13	5	5	12	7	8.4
15	7	0	1	0	6	2.8
16	12	7	10	4	13	9.2
17	9	4	4	8	9	6.8
18	6	1	1	3	13	4.8
19	7	0	5	7	2	4.2
20	10	0	10	12	7	7.8
21	3	7	5	10	12	7.4
22	3	0	10	5	4	4.4
23	3	3	0	6	9	4.2
24	0	2	3	6	7	3.6
25	2	3	5	4	10	4.8
26	3	1	4	2	4	2.8
27	2	4	5	13	4	5.6
28	0	16	7	2	11	7.2
29	3	5	9	8	6	6.2
30	9	7	10	13	0	7.8

El valor obtenido es de 5.59, que es el valor del Límite Central para la Gráfica X.

## Cálculo de Límites Superior e Inferior de X

Los límites se calculan con las siguientes fórmulas abreviadas:

$$\text{Límite de control superior} = X_{media} + A_2 R'$$

$$\text{Límite de control inferior} = X_{media} - A_2 R'$$

Donde X = Gran promedio = promedio de los promedios muestrales

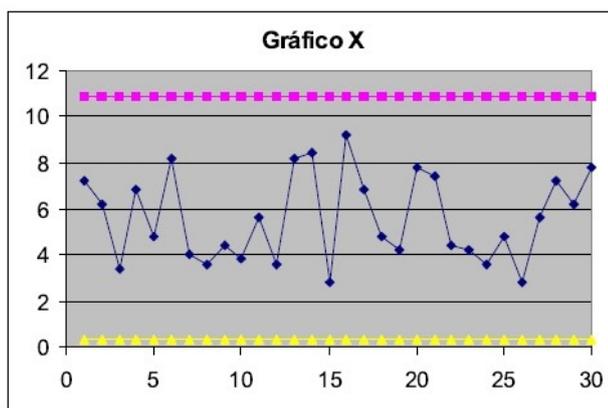
R = Promedio de los rangos muestrales

A<sub>2</sub> = Constante

El valor de la constante puede consultarse en la tabla previamente dada, que es igual a 0.577 para nuestro ejemplo de 5 observaciones. Como los valores de  $X_{media}$  y  $R'$  han sido calculados a lo largo de este ejemplo, sólo se sustituyen en las fórmulas de la siguiente forma:

$$\text{Límite de Control Superior} = X_{media} + A_2 R' = (5.59) + (0.577)(9.17) = 10.88$$

$$\text{Límite de Control Inferior} = X_{media} - A_2 R' = (5.59) - (0.577)(9.17) = 0.30$$



## Interpretación de las Gráficas

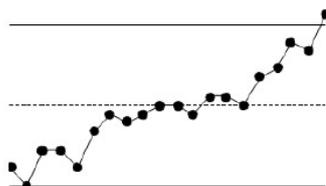
Se colocan las gráficas para X y R una encima de la otra de manera que el promedio y el rango para cualquier subgrupo se encuentren en la misma línea vertical. Observe si alguna de ellas o ambas indican una falta de control para ese subgrupo.

Las X fuera de los límites de control son señal de un cambio general que afecta a todas las piezas posteriores al primer subgrupo fuera de los límites. El registro que se guarda durante la recolección de datos, la operación del proceso y la experiencia del trabajador deben estudiarse para descubrir la variable que pudo haber causado que saliera de los límites de control. Las causas comunes son un cambio en el material, el personal, la preparación de la máquina, el desgaste de las herramientas, la temperatura o la vibración.

Las R fuera de los límites de control indican que la uniformidad de proceso ha cambiado. Las causas comunes son un cambio en el personal, un aumento en la variabilidad del material o desgaste excesivo en la maquinaria del proceso.

Una sola R fuera de control puede ser causada por un cambio en el proceso ocurrido mientras se tomaba la muestra del subgrupo.

### Tendencias:



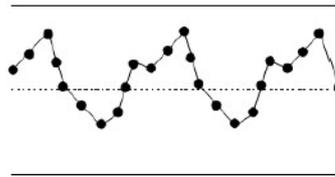
Las causas más comunes para la aparición de tendencias en un gráfico de medias son:

- Desgaste de herramientas
- Envejecimiento
- Efectos estacionales
- Cansancio de los operarios
- Mantenimiento inadecuado de las instalaciones
- Introducción gradual de un nuevo material

Las causas más comunes para la aparición de tendencias en un gráfico de recorridos son:

- Desgaste gradual de herramientas
- Embotamiento de útiles
- Cambios graduales en la habilidad del operario
- Efecto del control de procesos aguas arriba

**Ciclos:**



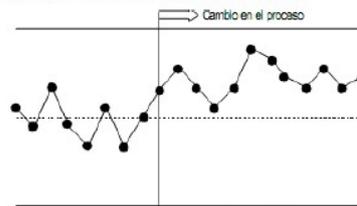
Las causas más comunes para la aparición de ciclos en un gráfico de medias son:

- Fluctuaciones de la potencia
- Diferencias en los instrumentos y útiles de comprobación
- Efectos estacionales

Las causas más comunes para la aparición de ciclos en un gráfico de recorridos son:

- Mantenimiento programado
- Rotación de útiles
- Desgaste de útiles o matrices
- Diferencias entre los turnos de trabajo

**Cambios Permanentes en la Tendencia Central.-**



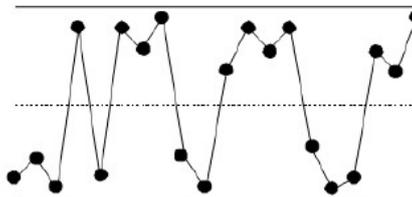
Si el cambio es repentino las causas más comunes para su aparición en un gráfico de medias son:

- Cambio de material
- Nuevo operario o verificador
- Puesta a punto de la instalación
- Cambio de turno
- Cambio de útiles
- Cambio de método

Si el cambio es repentino las causas más comunes para su aparición en un gráfico de recorridos son:

- Nuevos operarios o equipo
- Cambio en el material
- Mantenimiento inadecuado
- Aumento o disminución en la homogeneidad del material

**Mezcla de Poblaciones.-**



Las causas más típicas de aparición de mezclas en un gráfico de medias son:

- Operarios diferentes
- Instrumentos de verificación y ensayo diferentes
- Mezcla del producto de dos o más instalaciones

Las causas más típicas de aparición de mezclas en un gráfico de recorridos son:

- Lotes procedentes de distintos materiales, instalaciones u operarios
- Diferentes instrumentos de inspección y ensayo
- Holguras excesivas en los útiles

## **ESTUDIOS DE CAPACIDAD Y HABILIDAD DEL PROCESO (Cp y Cpk)**

La tabulación o recopilación del número de veces en que se presenta una cierta medición o dato de la característica o variable de calidad a analizar, para un producto cualquiera que se esté examinando se conoce como Histograma de Frecuencias. La tabulación u ordenación de datos se representa colocando sobre el eje vertical la frecuencia en que ocurren los datos, y sobre el eje horizontal los valores de la característica que se mide; estos valores se representan en pequeños intervalos numéricos casi siempre definidos por el usuario, llamados intervalos de clase.

Normalmente en dicho Histograma, se muestra también las marcas correspondientes a la media nominal de toda la población, así como los valores de los límites inferior y superior de especificación.

La capacidad potencial del proceso o Cp se define como la relación entre los límites de especificación o tolerancia y la variabilidad total del proceso dada por el cálculo de la desviación estándar.

Matemáticamente se expresa de la siguiente forma:

$$C_p = \frac{\text{Especificación Superior} - \text{Especificación Inferior}}{6 \text{ veces la desviación estándar}}$$

*Ejemplo:*

Límite superior de especificación: 5.00 % de humedad

Límite inferior de especificación: 3.00 % de humedad

Desviación estándar del proceso: 0.40 %

(Calculado con los datos obtenidos en el mes pasado)

Sustituyendo estos valores en la fórmula se tiene:

$$C_p = \frac{5 - 3}{6 \times 0.40} = 0.83$$

El denominador es mayor que el numerador y resulta un valor menor a la unidad, esto significa que el proceso tiene mayor variabilidad de lo que permite la especificación.

Ahora, se toma acción correctiva sobre una de las causas comunes para reducir la variabilidad y entonces la nueva desviación estándar del proceso es igual a 0.25 %, por lo que se tiene un nuevo valor de Cp:

$$C_p = \frac{5 - 3}{6 \times 0.25} = 1.333$$

Esto indica que la variabilidad de la humedad que da el proceso es menor que la de la tolerancia establecida, por lo que el proceso tiene la capacidad potencial de cumplir la especificación.

Como se ve, el índice Cp permite calificar la variabilidad tanto del producto como del proceso, siendo mayor la capacidad de cumplir con la especificación, mientras mayor es el valor de Cp.

Para el cálculo del Cp se ha considerado que el valor promedio de la distribución siempre coincide con el centro de la especificación, pero en la realidad pueden suceder situaciones como las de los casos "B" o "C" de la siguiente figura, donde el promedio de la distribución no coincide con el centro de la especificación.

Es evidente que en el caso "B" hay más valores fuera de especificación y en el caso "C", aunque en menor cantidad, la distribución muestra que los valores también tienden a salirse del límite superior de la especificación; sin embargo, de acuerdo a la fórmula de Cp, en los 3 casos "A", "B" y "C", el valor numérico sería de 1.33.

## UF 3- CONTROL Y CAPACIDAD DE PROCESOS

Para considerar esta situación, se usa un índice más significativo que toma en cuenta la posición del centro de la distribución con respecto a la de la especificación, que llamamos Habilidad de Proceso (Cpk), matemáticamente se expresa así:

$$\begin{aligned} \text{Cpk lse} &= \frac{\text{Especificación Superior - Promedio}}{3 \text{ veces la desviación estándar}} = \frac{\text{LSE} - X}{3 \cdot s} \\ \text{Cpk lie} &= \frac{\text{Especificación inferior - Promedio}}{3 \text{ veces la desviación estándar}} = \frac{\text{LIE} - X}{3 \cdot s} \end{aligned}$$

De los valores que se obtengan, se toma en cuenta el que resulte menor.

$$\text{Cpk} = \text{Min} (\text{Cpk lie}, \text{Cpk lse})$$

Aplicando la fórmula al caso "A" en que el promedio de distribución = 4 se tiene:

$$\begin{aligned} \text{Cpk lse} &= \frac{5-4}{3 \times 0.25} = 1.333 \\ \text{Cpk lie} &= \frac{4-3}{3 \times 0.25} = 1.333 \end{aligned}$$

En este caso, el promedio de distribución coincide con el centro de los límites especificados, por eso los valores de Cpk lse, Cpk lie y Cp son iguales y por lo tanto el Cpk también es igual.

En el caso "B" donde el promedio de distribución = 3.2, se tiene:

$$\begin{aligned} \text{Cpk lse} &= \frac{5-3.2}{3 \times 0.25} = 2.4 \\ \text{Cpk lie} &= \frac{3.2-3}{3 \times 0.25} = 0.267 \end{aligned}$$

En este caso, al usar sólo el valor de Cpk lse parecería que el proceso está perfecto, pero el valor de Cpk lie = 0.267, que es el valor que se tomará como Cpk, es muy bajo, lo que indica que una gran cantidad de datos están fuera del límite inferior, lo cual se aprecia en la figura anterior.

En el caso "C" se tiene que el promedio de la distribución = 4.35 y por lo tanto:

$$\begin{aligned} \text{Cpk lse} &= \frac{5-4.35}{3 \times 0.25} = 1.0 \\ \text{Cpk lie} &= \frac{4.35-3}{3 \times 0.25} = 1.666 \end{aligned}$$

En este caso, no se tienen problemas con el límite inferior, pero por el otro lado, el valor de Cpk lse indica que está en la frontera del límite superior especificado.

Lo anterior permite concluir que mientras más alto es el valor de Cpk, la variabilidad es menor y el promedio de la distribución se acerca al valor central de la especificación y por consiguiente es más alta la probabilidad de cumplir con las condiciones que se establecen para un proceso dado, para insumo, parte, producto, etc., o sea, que a mayor Cpk tenemos mayor calidad.